

ANNALEN DER PHYSIK.

HERAUSGEGEBEN VON

P. A. G. GALT, L. W. GILBERT, J. C. FÖRSTER, C. und E. WIEDEMANN.

VIERTE FOLGE.

BAND 19. HEFT 4.

MIT GROSSEN ZEICHEN UND TAFELN 4 HEFT.

KURATORIUM:

F. KOHLRAUSCH, M. PLANCK, G. QUINCKE,
W. C. RÖNTGEN, E. WARBURG.

UNTER MITWIRKUNG

DER DEUTSCHEN PHYSIKALISCHEN GESELLSCHAFT

UND HERAUSGEGEBEN VON

M. PLANCK

HERAUSGEGEBEN VON

PAUL DRUDE.



LEIPZIG, 1900.

VERLAG VON JOHANN AMBROSIIUS BARTH.

BÜCHERPLATZ 17.

*Bestellungen auf die „Annalen“ werden an allen Buchhandlungen, an den
Postbüroausgaben und von der Verlagsbuchhandlung angenommen. Preis (für den B.
19 Heften (= 3 Bänden) angegeben) Jahrgang 48 M.*

(Einsparungen von 25 Mark 1900.)

Inhalt.

1. Adolf Heydweiller. Energie, Dauer, dämpfende Wirkung und Widerstand von Kondensatorfunken	649
2. Walter Trenkle. Über das magnetische Verhalten von Eisenpulver verschiedener Dichte	662
3. T. Noda. Dämpfung eines Kondensatorkreises mit einem Zerkreisse; mit einem Nachsatz von P. Drude	715
4. Heinrich Alt. Über die Verdampfungswärme des flüssigen Sauerstoffs und flüssigen Stickstoffs und deren Änderung mit der Temperatur	739
5. Győző Zemplén. Bestimmung des Koeffizienten der inneren Reibung der Gase nach einer neuen experimentellen Methode	759
6. R. Lindemann. Über lichtelektrische Photometrie und über die Natur der lichtelektrisch wirksamen Strahlung des Kohlenbogens.	807
7. E. Anschkinass. Resonatoren im Strahlungsfelde eines elektrischen Oszillators. Bemerkungen zu der Arbeit von M. Paetzold über „Strahlungsmessungen an Resonatoren im Gebiete kurzer elektrischer Wellen“	841
8. Ernst Lecher. Thomsons Effekt in Eisen, Kupfer, Silber und Konstantan	853
9. A. Denizot. Zur Theorie der relativen Bewegung, mit Bezug auf die Bemerkungen der Herren M. P. Rudski und L. Tessauf	863
10. B. Walter. Über das Spektrum des elektrischen Hochspannungslichtbogens in Luft	914
11. Richard Thölldt. Berichtigung zur Arbeit über „Die Bestimmung der galvanischen Polarisation“	917
12. A. Kalähne. Berichtigung zur Abhandlung über „elektrische Schwingungen in ringförmigen Metallröhren“	970
13. Josef Pollak. Nachtrag zur Abhandlung „Potentialmessungen im Quecksilberlichtbogen“	980

Manuskripte sind an den Herausgeber, Professor Dr. P. Drude, zu senden. Seine Adresse ist Berlin N.W. 7, Neue Wilhelmstr. 16.

Es wird gebeten, die Manuskripte druckfertig einzuliefern und in den Korrekturen den beim Druck für sie verwendeten Raum nicht zu überschreiten.

Die Zeichnungen sind in möglichst sorgfältiger Ausführung den Abhandlungen auf besonderen Blättern beizulegen (nicht in das Manuskript selbst einzuzichnen). Da die Figuren fortan möglichst in den Text eingefügt werden sollen, ist die Stelle des Manuskriptes recht genau anzugeben, wo sie hingehören.

Zitate sind am Rande oder unten auf den Seiten des Manuskriptes (nicht in dem Text selbst) und zwar möglichst in der in den „Fortgeschritten der Physik“ üblichen Form mit Angabe des Namens und Vornamens, der Band-, Seiten- und Jahreszahl anzuführen.

Promovierter Physiker, langjähriger Assistent mehrerer Universitäts- und Hochschul-Institute, sucht Stellung

als Assistent oder in der Praxis.

Offerten unter J. W. M. 6 an die Expedition der Annalen der Physik erbeten.

ANNALEN DER PHYSIK.

VIERTE FOLGE. BAND 19.

1. *Energie, Dauer, dämpfende Wirkung und Widerstand von Kondensatorfunken;* *von Adolf Heydweiller.*

Inhalt: I. Einleitung p. 649. II. Kondensatorentladungen bei großen Widerständen und kleiner Selbstinduktion p. 651. III. Kondensatorentladungen bei sehr kleinen Widerständen p. 654. IV. Kondensatorentladungen bei mäßigen Widerständen und mäßiger Selbstinduktion p. 656. V. Die Bestimmung der Funkenkonstanten a und b p. 662. VI. Numerische Werte von a und b für normale Luftstrecken verschiedener Länge p. 667. VII. Die Dauer des Funkens p. 681. VIII. Die Energie des Funkens p. 683. IX. Die Dämpfung in der Funkenstrecke p. 688. X. Der Leitungswiderstand von Funkenstrecken p. 689. XI. Ergebnisse p. 690.

I. Einleitung.

Die Bedürfnisse der drahtlosen Telegraphie haben in neuester Zeit in erhöhtem Maße die Aufmerksamkeit auf das Verhalten von Funkenstrecken gelenkt, die in Leiterteile eingeschaltet sind, und auf den Einfluß, den sie auf Strom- und Spannungsverteilung, auf Dauer und Dämpfung der Entladungen ausüben. Die dabei zu lösende Aufgabe ist folgende: Gleichungen aufzustellen, die gewisse der Funkenstrecke eigentümliche Konstanten enthalten, und deren Auflösung alle in Betracht kommenden Größen rechnerisch festzustellen gestattet.

Vor Jahren habe ich versucht, diesem Problem durch absolute Energiemessungen an Kondensatorfunken beizukommen¹⁾, und dieser Weg ist seitdem öfter beschritten worden. Daß er in der Tat zu einer Lösung der Aufgabe führt, soll im folgenden gezeigt werden.

Ich konnte damals feststellen, daß eine dem Ohmschen Widerstande von Metallen und Elektrolyten entsprechende

1) A. Heydweiller, Wied. Ann. 43. p. 310. 1891.

Größe das Verhalten kleinerer Funken (bis zu 3 mm) nicht, oder doch nicht merklich bestimmt, daß die Energie des Funkens also auch nicht in der Form des Jouleschen Gesetzes dargestellt werden kann. Meine mit sehr großen Leitungswiderständen im Schließungsbogen von Kondensatoren angestellten Versuche lehrten vielmehr, daß in erster Annäherung die Funkenenergie der Dauer der Entladung proportional gesetzt werden kann, wenn die zugefügten Leitungswiderstände mindestens von der Größenordnung eines Megohm sind.

Meine Arbeit hat jüngst eine wesentliche Erweiterung und Ergänzung erfahren durch Versuche von Hrn. John Koch¹⁾ über die Restpotentiale bei Kondensatorentladungen durch verschiedene Funkenstrecken und Leitungswiderstände, die zwischen 5000 und 100000 Ohm lagen, also wesentlich kleiner als bei meinen Messungen waren.

Hr. Koch zog aus seinen Versuchen in sinnreicher Weise den Schluß, daß die Charakteristik des Funkens übereinstimmt mit derjenigen für den Glimmstrom bei kontinuierlicher Entladung und sich, wie diese, gut darstellen läßt durch die Gleichung

$$v = a + \frac{b}{i},$$

worin v und i Elektrodenspannung und Stromstärke, a und b Konstanten, die mit der Funkenlänge sich ändern, sind.

Daraus folgt weiter, daß die Funkenenergie dargestellt wird durch die Gleichung

$$(1) \quad f = \int v i dt = a q_1 + b t_1,$$

worin q_1 die entladene Elektrizitätsmenge und t_1 die Entladungsdauer.

Bei großen Leitungswiderständen im Schließungsbogen wird q_1 klein und t_1 verhältnismäßig groß, und es ist dann das erste Glied gegen das zweite zu vernachlässigen, in Übereinstimmung mit meinen Messungen.

1) J. Koch, Den Elektriska Gnistan, Upsala 1904; Ann. d. Phys. 15. p. 865. 1904.

Durch diese wichtige Feststellung ist nun die Möglichkeit gegeben, die allgemeine Energiegleichung der Kondensator-entladung unter Berücksichtigung der Funkenenergie aufzustellen. Die bekannte Kirchhoff-Thomsonsche Gleichung

$$p \frac{dq}{dt} \frac{d^2 q}{dt^2} + r \left(\frac{dq}{dt} \right)^2 + \frac{q}{c} \frac{dq}{dt} = 0,$$

in der p und r Selbstinduktion und Widerstand des Entladungsbogens, c die Kapazität des Kondensators und q seine Ladung zur Zeit t bedeuten, geht dadurch über in

$$(2) \quad p \frac{dq}{dt} \frac{d^2 q}{dt^2} + r \left(\frac{dq}{dt} \right)^2 + \left(\frac{q}{c} - a \right) \frac{dq}{dt} + b = 0.$$

Die allgemeine Integration dieser Gleichung wird bei der Rückständigkeit unserer Integrationsmethoden wohl noch lange ein frommer Wunsch bleiben. Für einige praktisch wichtige Grenzfälle aber läßt sie sich weiter behandeln, und es ergeben sich dabei verschiedene Methoden zur Bestimmung der für die Funken charakteristischen und wichtigen Konstanten a und b , deren genaue Ermittlung dieselbe und für die Praxis vielleicht größere Bedeutung besitzt, wie die der Entladungsspannungen.

Die drei zu behandelnden Fälle sind: 1. die Selbstinduktion p ist zu vernachlässigen, 2. der Widerstand r ist zu vernachlässigen, 3. die Arbeit $b t$, ist zu vernachlässigen.

II. Kondensatorentladungen bei großen Widerständen und kleiner Selbstinduktion.

Sind größere Flüssigkeitswiderstände in den Schließungsbogen eingeschaltet, so ist der Einfluß der Selbstinduktion auf einen verhältnismäßig kleinen Bruchteil der Entladungszeit zu Beginn und am Ende beschränkt, und auch hier häufig zu vernachlässigen. Wann dies zulässig ist, läßt sich in jedem Falle rechnerisch feststellen.

Wir setzen also in Gleichung (2) $p = 0$ und erhalten die vereinfachte quadratische Gleichung für dq/dt

$$(3) \quad \left(\frac{dq}{dt} \right)^2 + \frac{1}{r} \left(\frac{q}{c} - a \right) \frac{dq}{dt} = - \frac{b}{r}$$

und hieraus

$$(4) \quad \frac{dq}{dt} = \frac{1}{2r} \left\{ - \left(\frac{q}{c} - a \right) \pm \sqrt{\left(\frac{q}{c} - a \right)^2 - 4br} \right\}.$$

Diese Gleichung läßt sich leicht integrieren, indem man die Substitutionen

$$\left(\frac{q}{c} - a\right) = x$$

und

$$x + \sqrt{x^2 - 4br} = y$$

macht. Man erhält dann

$$(5) \quad \left\{ t = rc \left\{ 2br \left(\frac{1}{(v_0 - a + \sqrt{(v_0 - a)^2 - 4br})^2} - \frac{1}{(v - a + \sqrt{(v - a)^2 - 4br})^2} \right) + \log \frac{v_0 - a + \sqrt{(v_0 - a)^2 - 4br}}{v - a + \sqrt{(v - a)^2 - 4br}} \right\} \right\},$$

worin $v = q/c$ und v_0 das Anfangs- oder Entladungspotential ist. Das positive Wurzelzeichen ist zu nehmen, damit für $a = b = 0$ (Ausschaltung der Funkenstrecke) die Lösung in diejenige für die funkenlose Entladung übergeht.

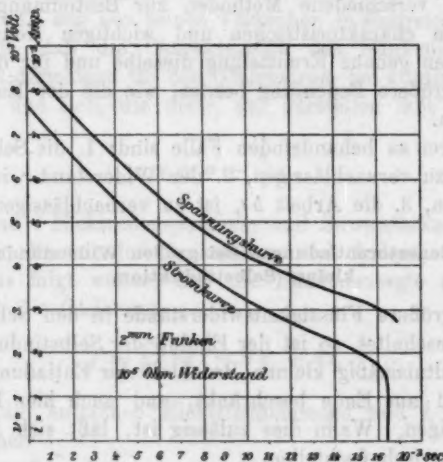


Fig. 1.

Die Gleichungen (4) und (5) geben Spannung und Stromstärke als Funktion der Zeit; eine unmittelbare Auflösung gestatten diese Gleichungen zwar nicht, wohl aber eine graphische Darstellung, indem man die bestimmten Werten der Spannung entsprechenden Werte von t und i berechnet.

Fig. 1 gibt die graphische Darstellung einer solchen Berechnung mit den Werten der Konstanten, die der Entladung durch einen Funken von etwa 2 mm entsprechen (vgl. p. 680).

$$\begin{aligned} v_0 &= 8500 \text{ Volt}, & a &= 450 \text{ Volt}, \\ r &= 10^6 \text{ Ohm}, & b &= 1,05 \text{ Watt.} \end{aligned}$$

Die Stromstärke bleibt, wie aus der Figur ersichtlich, unter $8 \cdot 10^{-3}$ Amp. und dies ist gleichzeitig die größte Änderung derselben zu Beginn der Entladung; nimmt man an, daß diese Änderung in 10^{-5} sec erfolge, also in $\frac{1}{1000}$ der Entladungsdauer, und daß in dem Schließungsbogen die verhältnismäßig schon beträchtliche Selbstinduktion $p = 10^{-2}$ Quadrant enthalten sei, so wird die nur während der angegebenen kurzen Zeit wirksame Selbstinduktionsspannung

$$p \frac{di}{dt} = 8 \text{ Volt,}$$

während ri nahezu gleich 8000 Volt ist.

Man erkennt daraus die volle Berechtigung unter solchen Bedingungen $p = 0$ zu setzen.

Das Ende der Entladung und das End- oder *Restpotential* ist gegeben durch die Gleichung

$$(6) \quad v_r - a = 2 \sqrt{br}^{\frac{1}{2}},$$

da für kleinere Werte von v die Wurzel in Gleichung (5) imaginär wird.

Einführung von $v = v_r$ in (5) ergibt die *Entladungsdauer*

$$(7) \quad t_1 = rc \left\{ \log g + \frac{1}{2g^2} - \frac{1}{2} \right\},$$

worin zur Abkürzung gesetzt ist

$$g = \frac{v_0 - a + \sqrt{(v_0 - a)^2 - 4br}}{2\sqrt{br}}.$$

Intermittierende Entladung tritt ein, wenn $t_1 = 0$, oder

$$2 \log g + \frac{1}{g^2} = 1 \quad \text{oder} \quad g = 1 \text{ ist.}$$

Bezeichnet man den Leitungswiderstand, bei dem die inter-

1) Diese Beziehung zwischen Restpotential und Widerstand findet sich schon bei Hrn. J. Koch, l. c.

mittierende Entladung anfängt, mit \bar{r} , so ergibt sich aus vorstehender Bedingung (oder auch aus (6)) für $v_r = v_0$:

$$(8) \quad \bar{r} = \frac{(v_0 - a)^2}{4b}.$$

Aus der Gleichung (7) folgt, daß die Entladungsdauer bei steigendem Widerstand ein Maximum erreicht. Der Wert r_m von r , bei dem dieses Maximum eintritt, ergibt sich aus der Bedingung

$$\frac{\partial t_1}{\partial r} = 0$$

oder

$$2 \log n g + \frac{2}{g^2} \left(1 + \frac{1}{8} \frac{v_0 - a}{\sqrt{(v_0 - a)^2 - 4b r_m}} \right) = 1 + \frac{v_0 - a}{\sqrt{(v_0 - a)^2 - 4b r_m}}.$$

Eine Näherungslösung dieser Gleichung ist

$$r_m = 0,105 \frac{(v_0 - a)^2}{b},$$

oder auch

$$r_m = 0,42 \bar{r},$$

der ungefähr $g = e$ oder $\log n g = 1$ entspricht.

Sonach lassen sich mit Hilfe der Entladungspotentiale und der Funkenkonstanten a und b nicht nur der zeitliche Verlauf von Strom und Spannung, sondern auch die Restpotentiale, die Entladungsdauer, sowie die Widerstände für den Eintritt der intermittierenden Entladung und der maximalen Entladungsdauer angeben; und endlich führt dann Gleichung (1)

$$f = a q_1 + b t_1$$

zur Kenntnis der Funkenenergie, da

$$q_1 = c(v_0 - v_r) = c(v_0 - a - 2\sqrt{b r})$$

ist. Es ist also reichlich Gelegenheit geboten, die Theorie mit der Erfahrung zu vergleichen, wie es weiter unten geschehen soll.

III. Kondensatorentladungen bei sehr kleinen Widerständen.

Wir wollen nunmehr annehmen, daß die Verbindungen der Funkenstrecke mit den Kondensatorbelegungen aus kurzen und dicken Kupferdrähten bestehe, so daß in Gleichung (2)

das zweite Glied vernachlässigt werden darf und diese übergeht in

$$(9) \quad p \frac{dq}{dt} \frac{d^2 q}{dt^2} + \left(\frac{q}{c} - a \right) \frac{dq}{dt} + b = 0.$$

Auch hier kann die Zulässigkeit der gemachten Vernachlässigung in jedem Falle geprüft werden.

Integration von (9) ergibt:

$$p \left(\frac{dq}{dt} \right)^2 + \frac{q^2}{c} - 2 a q + 2 b t = \frac{q_0^2}{c} - 2 a q_0,$$

wenn die Anfangsladung (für $t = 0$ und $dq/dt = 0$)

$$q = q_0$$

gesetzt wird.

Einführung der Stromstärke $i = -dq/dt$ und der Spannung $v = q/c$ ergibt:

$$(10) \quad i^2 = \frac{c}{p} (v_0 - v)(v_0 + v - 2a) - \frac{b}{p} t.$$

Bei den Bedingungen dieses Abschnittes (kleiner Leitungs-
widerstand) sind die Entladungen bekanntlich oszillierend mit
der Periode $\tau = 2\pi\sqrt{pc}$, wie die Erfahrung für die Funken-
entladung und die Theorie für die funkenlose Entladung ge-
lehrt haben. Bei letzterer ist, falls die Stromwärme ver-
schwindet ($r=0$) die Amplitude der Spannung konstant gleich v .

Gleichung (10) zeigt, daß der Funke eine dämpfende
Wirkung ausübt, denn die erste Amplitude für $i=0$ und $t=0$
ist $v = v_0$, die zweite v_1 aber ist durch die Gleichung

$$c(v_0 - v_1)(v_0 + v_1 - 2a) = \frac{b\tau}{2}$$

bestimmt und kleiner als v_0 ; für $b=0$ wird sie

$$v_1 = -(v_0 - 2a).$$

Über die weiteren Amplituden scheint die Gleichung zunächst
keine Auskunft zu geben. Indessen ist zu bemerken, daß die
Gleichung (2) für oszillierende Entladungen nicht ohne weiteres
gültig ist, sondern noch an die Bedingung geknüpft ist, daß a
mit i zugleich das Vorzeichen wechseln muß, da der durch ai
ausgedrückte Teil der Funkenenergie notwendig eine positive
Größe sein muß.

Man erhält die dritte und die folgenden Spannungsampli-
tuden, indem man in die Gleichung (10) für v_0 sukzessive die

zweite, dritte Amplitude etc. einführt, was für $b = 0$ für die n -Amplitude ergibt $v_{n-1} = \pm (v_0 - 2(n-1)a)$. Wenn b nicht gleich Null ist, wird die zweite Amplitude dem absoluten Betrage nach kleiner als $v_0 - 2a$; wir setzen sie

$$v_1 = -(v_0 - 2a - v)$$

und erhalten für v die Gleichung

$$v(2v_0 - 2a - v) = -\frac{b\tau}{2c},$$

woraus folgt:

$$v = (v_0 - a) \left(1 - \sqrt{1 + \frac{b\tau}{2c(v_0 - a)^2}} \right)$$

oder

$$(11) \quad v = \frac{\pi b}{2(v_0 - a)} \sqrt{\frac{p}{c}} - \frac{\pi^2 b^2}{4(v_0 - a)^2} \frac{p}{c} + \dots$$

Da nun für Funken von einigen Millimetern Länge b von der Größenordnung 1 Watt (vgl. p. 680), $v_0 - a$ von der Größenordnung 10^3 – 10^4 Volt, so kann man bei nicht zu kleiner Kapazität und nicht zu großer Selbstinduktion den Einfluß von b auf die oszillierende Funkenentladung bei kleinen Widerständen vernachlässigen. Bei allen später zu besprechenden Beobachtungen trifft dies zu. Z. B. ist für $c = 10^{-9}$ Farad, $p = 1$ Quadrant und $v_0 - a = 5000$ Volt

$$v = 5 \text{ Volt nur etwa } 1/1000 \text{ von } v_0 - 2a.$$

Wir setzen daher im folgenden Abschnitt in der Differentialgleichung (2) $b = 0$, zumal sich diese dann vollständig integrieren läßt.

IV. Kondensatorentladungen bei mäßigen Widerständen und mäßiger Selbstinduktion.

Außer der Bedingung, daß

$$v = \frac{\pi b}{2(v_0 - a)} \sqrt{\frac{p}{c}}$$

klein gegen $v_0 - 2a$ ist, nehmen wir auch noch an, daß

$$(12) \quad \frac{4p}{r^2 c} > 1$$

ist, bekanntlich die Bedingung dafür, daß die Kondensatorentladungen *oszillierend* sind, an der das Vorhandensein einer Funkenstrecke nichts ändert.

In der Gleichung (2) dürfen wir dann, wie bemerkt, das letzte Glied vernachlässigen und erhalten:

$$(13) \quad p \frac{dq}{dt} \frac{d^2 q}{dt^2} + r \left(\frac{dq}{dt} \right)^2 + \left(\frac{q}{c} - a \right) \frac{dq}{dt} = 0.$$

Die Integration dieser Differentialgleichung, in der der gemeinsame Faktor dq/dt zu streichen ist, ergibt nach bekannten Methoden:

$$q = ac + \frac{1}{2}(q_0 - ac)e^{-\frac{r}{2p}t} \left\{ \left(1 + \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{4p}{r^2 c}}} \right) e^{\frac{r}{2p} \sqrt{1 - \frac{4p}{r^2 c}} t} + \left(1 - \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{4p}{r^2 c}}} \right) e^{-\frac{r}{2p} \sqrt{1 - \frac{4p}{r^2 c}} t} \right\},$$

welche Lösung sich erheblich vereinfacht, wenn wir 1 gegen $4p/r^2 c$ vernachlässigen dürfen, und dann wird:

$$q = ac + (q_0 - ac)e^{-\frac{r}{2p}t} \left\{ \cos \frac{t}{\sqrt{pc}} + \frac{r}{2} \sqrt{\frac{c}{p}} \sin \frac{t}{\sqrt{pc}} \right\}$$

oder wegen der bei kleinem r geringen Amplitude des zweiten Gliedes nahezu

$$(14) \quad q = ac + (q_0 - ac)e^{-\frac{r}{2p}t} \cos \frac{t}{\sqrt{pc}}.$$

Die Schwingungsdauer ist also, wie bei der funkenlosen Entladung

$$(15) \quad \tau = 2\pi\sqrt{pc}.$$

Auch hier gilt aber wieder die Bemerkung des vorigen Abschnittes, daß a mit i , also bei jeder Halbschwingung das Vorzeichen wechselt; die aufeinanderfolgenden Amplituden sind daher wie dort zu berechnen und sind, abgesehen vom Vorzeichen:

die erste q_0 ,

die zweite $q_1 = q_0 e^{-\frac{r\tau}{4p}} - ac \left(1 + e^{-\frac{r\tau}{4p}} \right),$

die dritte $q_2 = q_1 e^{-\frac{r\tau}{4p}} - ac \left(1 + e^{-\frac{r\tau}{4p}} \right)$ etc.,

oder für $r = 0$

$$q_1 = q_0 - 2ac,$$

$$q_2 = q_1 - 2ac = q_0 - 4ac$$

$$\dots \dots \dots$$

$$q_n = q_0 - 2nac.$$

Es geht daraus hervor, daß das Dämpfungsverhältnis nicht konstant ist, sondern mit abnehmender Amplitude zunimmt, und daß bei hinreichend kleinem Widerstande die Amplitudenkurve nicht als Exponentialkurve, sondern geradlinig verläuft, in Übereinstimmung mit den Beobachtungen von F. Richarz und W. Ziegler¹⁾ und denen von J. Zenneck, auf die ich später noch zurückkomme. In dem Maße, wie die Widerstandsämpfung hinzutritt, krümmt sich die Gerade nach der Abszissenachse der Zeit konvex.

Ebenso verhält es sich mit der Dämpfung der Stromstärke; für diese erhält man allgemein

$$i = \frac{q_0 - ac}{rc \sqrt{1 - \frac{4p}{r^2 c}}} e^{-\frac{r}{2p} t} \left\{ e^{\frac{r}{2p} \sqrt{1 - \frac{4p}{r^2 c}} t} - e^{\frac{r}{2p} \sqrt{1 - \frac{4p}{r^2 c}} t} \right\}$$

und wenn 1 klein ist gegen $4p/r^2 c$:

$$(16) \quad i = (v_0 - a) \sqrt{\frac{c}{p}} e^{-\frac{r}{2p} t} \sin \frac{t}{\sqrt{pc}}.$$

Die aufeinanderfolgenden Amplituden sind mit Widerstandsämpfung:

$$i_1 = (v_0 - a) \sqrt{\frac{c}{p}} e^{-\frac{rr}{8p}},$$

$$i_2 = (v_1 - a) \sqrt{\frac{c}{p}} e^{-\frac{3rr}{8p}},$$

$$= \left(v_0 e^{-\frac{rr}{4p}} - a \left(2 + e^{-\frac{rr}{4p}} \right) \right) \sqrt{\frac{c}{p}} e^{-\frac{3rr}{8p}},$$

$$i_3 = (v_2 - a) \sqrt{\frac{c}{p}} e^{-\frac{5rr}{8p}},$$

$$i_4 = (v_3 - a) \sqrt{\frac{c}{p}} e^{-\frac{7rr}{8p}} \text{ etc.}$$

oder für $r = 0$

$$i_1 = (v_0 - a) \sqrt{\frac{c}{p}},$$

$$i_2 = (v_0 - 3a) \sqrt{\frac{c}{p}},$$

$$i_3 = (v_0 - 5a) \sqrt{\frac{c}{p}} \text{ etc.}$$

1) F. Richarz u. W. Ziegler, Ann. d. Phys. 1. p. 468. 1901.

Die Funkenstrecke wirkt in diesem Falle einfach wie eine im Funken wirksame, der Polarisation ähnliche elektromotorische Gegenkraft entsprechend einer von Edlund¹⁾ aufgestellten Hypothese, die aber für die Entladungen bei großen Widerständen nicht mehr ausreicht.

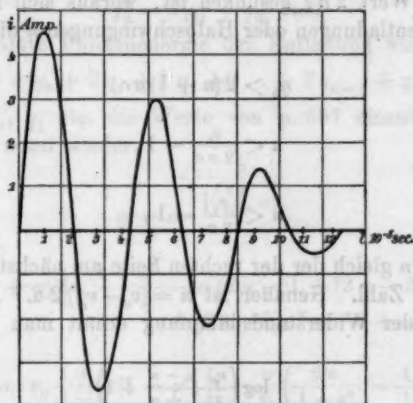


Fig. 2.

Fig. 2 gibt die graphische Darstellung des Stromverlaufes für folgende Werte der Konstanten:

$\varphi_0 = 5000$ Volt (ca. 1 mm Funkenlänge),

$a = 400$ Volt,

$c = 10^{-8}$ Farad, $p = 10^{-2}$ Quadrant, $r = 1$ Ohm;
der Dämpfungsfaktor

$$e^{-\frac{\pi r}{2} \sqrt{\frac{c}{p}}} = 0,9985$$

ist dann kaum merklich von 1 verschieden. Ohne Funkenstrecke würde die Abnahme der Amplitude bis zur sechsten Halbschwingung nur 1 Proz. betragen. Die Ähnlichkeit des Stromverlaufs mit den von den Herren F. Richarz und Ziegler und von Hrn. Zenneck²⁾ experimentell festgestellten Kurven

1) E. Edlund, Wied. Ann. 15. p. 165, 1882.

2) F. Richarz u. W. Ziegler, Ann. d. Phys. 1. p. 468. 1901;
J. Zenneck, Ann. d. Phys. 13. p. 822, 1904.

ist auffallend; bei letzteren waren Widerstand und Widerstands-
dämpfung größer. Es ist nach dem Vorgesagten klar, daß
für $r = 0$ die Entladung ihr Ende erreicht, sobald

$$q_n = q_0 - 2nac$$

unter den Wert $2ac$ gesunken ist, woraus sich für die Zahl
der Partialentladungen oder Halbschwingungen n die Bedingung
ergibt

$$q_0 > 2(n+1)ac,$$

oder

$$n < \frac{q_0}{2ac} - 1,$$

oder auch

$$n < \frac{v_0}{2a} - 1,$$

d. h. es ist n gleich der der rechten Seite am nächsten kommen-
den ganzen Zahl. Genauer ist $n = (v_0 - v_r)/2a$. Bei Berück-
sichtigung der Widerstandsämpfung erhält man die analoge
Bedingung

$$(17) \quad n < \frac{\log\left(\frac{v_0}{a} \frac{1-\alpha}{1+\alpha} + 1\right)}{\log \frac{1}{\alpha}},$$

worin abkürzend gesetzt ist

$$(18) \quad \alpha = e^{-\frac{\pi}{\sqrt{\frac{4p}{r^2c} - 1}}}.$$

Da die Dauer einer Partialentladung

$$\tau = \pi \sqrt{pc} \quad \text{bez.} \quad \frac{\pi}{\sqrt{\frac{1}{pc} - \frac{r^2}{4p}}}$$

ist, so ist die gesamte *Entladungsdauer*:

$$t_1 = n\tau = \frac{\pi(v_0 - v_r)}{2a} \sqrt{pc}$$

bez.

$$t_1 = \frac{n\pi}{\sqrt{\frac{1}{pc} - \frac{r^2}{4p}}},$$

worin für n die aus dem letzten der obigen Ausdrücke sich
ergebende ganze Zahl einzusetzen ist.

Die *Funkenenergie* der Partialentladung ergibt sich nach der Gleichung (1), da die entladene Elektrizitätsmenge in diesem Falle $q_0 + q_1$ ist:

$$f_1 = a(q_0 + q_1),$$

ebenso für die zweite:

$$f_2 = a(q_1 + q_2) \text{ etc.},$$

und die gesamte Funkenenergie der Entladung wird mithin

$$f = a(q_0 + 2q_1 + 2q_2 + \dots + 2q_{n-1} + q_n),$$

worin für q_0, q_1 etc. die Werte von p. 657 einzusetzen sind. Das ergibt, wenn wieder

$$\alpha = e^{-\frac{\pi}{\sqrt{\frac{4p}{r^2c} - 1}}}$$

gesetzt wird,

$$f = ac(1 + \alpha) \left\{ v_0 \frac{1 - \alpha^n}{1 - \alpha} - a(2n - 1 + (2n - 3)\alpha + (2n - 5)\alpha^2 + \dots + \alpha^{n-1}) \right\},$$

oder auch

$$(19) \quad f = acv_0 \frac{1 + \alpha}{1 - \alpha} (1 - \alpha^n) \left\{ 1 - \frac{a}{v_0} \left(\frac{2n}{1 - \alpha^n} - \frac{1 + \alpha}{1 - \alpha} \right) \right\}.$$

Für Widerstände, die dem Grenzwiderstande $2\sqrt{p/c}$ nahe kommen, wird $n = 1$ und

$$(19a) \quad f = ac(1 + \alpha)(v_0 - a),$$

wobei α sehr klein ist.

Für sehr kleine Widerstände dagegen nähert sich α der Einheit und wegen

$$\lim_{n \rightarrow 1} \left(\frac{1 - \alpha^n}{1 - \alpha} \right)_{\alpha=1} = 1,$$

$$\lim_{n \rightarrow 1} \left(\frac{2n}{1 - \alpha^n} - \frac{1 + \alpha}{1 - \alpha} \right)_{\alpha=1} = n.$$

die Funkenarbeit dem Werte

$$(19b) \quad f = 2nac(v_0 - na),$$

ein Grenzwert, der aber nur mit Vorsicht benutzt werden darf.

Damit sind Grundlagen für die Berechnung der Funkenenergie, der Funkendauer und der Dämpfung bei Kondensator-entladungen gegeben, und es erübrigt die Prüfung der Theorie an der Erfahrung. Hierzu ist zunächst die Bestimmung der Funkenkonstanten a und b erforderlich, die im nächsten Ab-

schnitt auf Grund des vorliegenden Beobachtungsmateriales versucht werden soll.

V. Die Bestimmung der Funkenkonstanten a und b .

Sowohl Beobachtungen der einfachen Kondensatorentladungen durch große Widerstände, wie solche der oszillierenden Entladungen bei kleinen lassen sich zur Bestimmung der Funkenkonstanten verwenden. Die Konstante b ist allerdings nur aus den ersteren mit einiger Sicherheit abzuleiten, da die letzteren, wie wir sahen, zu wenig durch sie beeinflußt werden.

Es seien zunächst auf Grund der Entwicklungen der vorigen Abschnitte die Methoden angeführt und dann erst die mit ihnen bisher erzielten Ergebnisse.

Wir beginnen mit den auf der *einfachen Entladung* beruhenden Methoden.

1. *Methode.* Die John Kochsche Beziehung (6) (p. 653)

$$v_r - a = 2\sqrt{b r}$$

liefert a und b aus Beobachtungen der Restpotentiale v_r bei verschiedenen eingeschalteten Leitungswiderständen r im Schließungsbogen, wobei letztere in möglichst weitem Umfange abzuändern sind.

2. *Methode.* Wie Hr. J. Koch nachgewiesen hat, ist für kleine Luftstrecken die Charakteristik des Funkens:

$$v = a + \frac{b}{i}$$

nahezu identisch mit derjenigen der stetigen Glimmentladung; man kann daher a und b nach vorstehender Gleichung auch aus zusammengehörigen Werten der Elektrodenspannung v und der Stromstärke i bei der Glimmentladung berechnen.

3. *Methode.* Nach Gleichung (8), Abschnitt 2 ist der Grenzwiderstand, bei dem die einfache Entladung in die intermittierende übergeht, die sich durch Beobachtung des Funkens im rotierenden Spiegel ermitteln läßt:

$$\bar{r} = \frac{(v_0 - a)^2}{4b} \quad \text{oder} \quad b = \frac{(v_0 - a)^2}{4\bar{r}}.$$

Da a , namentlich für größere Funken, klein ist gegen v_0 , so läßt sich hieraus als Näherungswert für b ableiten:

$$b = \frac{v_0^2}{4\bar{r}}.$$

4. Methode. Ein ebensolcher Näherungswert für b ergibt sich aus dem Widerstande r_m für die maximale Funkendauer, der auch mit dem rotierenden Spiegel festgestellt werden kann, da nach p. 654

$$r_m = 0,42 \bar{r} = 0,105 \frac{(v_0 - a)^2}{b},$$

also annähernd

$$b = \frac{0,105 v_0^2}{r_m}.$$

5. Methode. Nach den Entwicklungen des zweiten und dritten Abschnittes ist a nahezu gleich dem Werte, den das Restpotential bei dem Widerstande $2\sqrt{p/c}$ annimmt, ein Wert, der bei nicht zu großer Selbstinduktion und nicht zu kleiner Kapazität mit Widerständen von der Größenordnung 10^3 Ohm erreicht wird. Genauer ist

$$a = v_r - 2\sqrt{b r},$$

in dem gedachten Falle beträgt das letzte Glied aber nur einige Prozent von v_r , so daß zur Berechnung von a die Kenntnis eines Näherungswertes von b genügt.

6. Methode. Die Messung der Funkenenergie kann in verschiedener Weise zur Bestimmung der Funkenkonstanten verwertet werden.

Allgemein ist nach Gleichung (1)

$$f = a q_1 + b t_1,$$

es würde also noch der Bestimmung der entladenen Elektrizitätsmenge q_1 und der Funkendauer t_1 bedürfen, und da diese mit dem eingeschalteten Leitungswiderstande sich ändern, würden sich a und b aus mehreren zusammengehörigen Wertsystemen von f , q_1 und t_1 ergeben. Beobachtungen aber, bei denen diese Größen alle drei bestimmt sind, liegen noch nicht vor und sind auch wohl schwierig auszuführen.

Nun kann man zwar nach den Beziehungen (6) und (7) des zweiten Abschnittes q_1 und t_1 auch durch die Konstanten des Entladungskreises ausdrücken, aber die so erhaltenen Gleichungen für a und b sind transzendent und lassen sich nicht auflösen. Nur für spezielle Fälle ergeben sich Vereinfachungen.

So ist für Widerstände im Schließungsbogen, die dem Grenzwiderstände für kontinuierliche Entladung $2\sqrt{p/c}$ nahe liegen, $b t_1$ klein gegen $a q_1$ und man erhält nach Gleichung (19a) (p. 661) bei Vernachlässigung von a gegen 1 und von a gegen v_0 in erster Näherung:

$$a = \frac{f}{v_0 c},$$

in zweiter Näherung, wenn a nicht gegen v_0 vernachlässigt wird:

$$a = \frac{v_0}{2} - \sqrt{\frac{v_0^2}{4} - \frac{f}{c}} = \frac{f}{v_0 c} \left(1 + \frac{f}{v_0^2 c} + \frac{2f}{v_0^4 c^2} + \dots \right)$$

und bei Berücksichtigung von b nach den Beziehungen des Abschnittes II in dritter Näherung:

$$a = \frac{v_0}{2} - \sqrt{b r} - \sqrt{\left(\frac{v_0}{2} - \sqrt{b r} \right)^2 - \frac{f - b t_1}{c}},$$

worin

$$t_1 = r c \left\{ \log \frac{v_0}{\sqrt{b r}} - \frac{1}{2} \right\}$$

und für b ein Näherungswert eingesetzt werden kann.

Bei nicht zu kleinen Leitungswiderständen lassen sich auch Energiemessungen oszillierender Entladungen zur Bestimmung von a verwenden, wobei die Gleichungen von Abschnitt IV zugrunde zu legen sind.

Aus Gleichung (19) folgt nämlich

$$(20) \quad \left\{ \begin{aligned} a &= \frac{v_0}{2} \frac{1}{\frac{2n}{1-a^n} - \frac{1+a}{1-a}} \\ &\left\{ 1 - \sqrt{1 - \frac{2f}{F} \frac{1-a}{1+a} \frac{1}{1-a^n} \left(\frac{2n}{1-a^n} - \frac{1+a}{1-a} \right)} \right\}, \end{aligned} \right.$$

worin

$$\alpha = e^{-\frac{\pi}{\sqrt{\frac{4p}{v_0^2 c} - 1}}} \quad \text{und} \quad F = \frac{v_0^2 c}{2}.$$

Es ist zur Bestimmung von a die Kenntnis der Kapazität — der Selbstinduktion und des Widerstandes für die in Betracht kommende Schwingungszahl, des Entladungspotentials v_0 , der Funkenenergie f und der Zahl der Partialentladungen n erforderlich.

Die letztere ist bei keiner der bisherigen Messungen bestimmt worden; sie läßt sich aber aus den übrigen Größen mit hinreichender Genauigkeit ermitteln, wenn die eingeschalteten Widerstände nicht zu klein sind, α also nicht zu nahe an 1 liegt.

Denn wir können Gebrauch machen von der Beziehung (17)

$$n < \frac{\log \left(\frac{v_0}{a} \frac{1-\alpha}{1+\alpha} + 1 \right)}{\log \frac{1}{\alpha}},$$

wobei für n die der rechten Seite am nächsten liegende ganze Zahl zu nehmen ist.

Außerdem lassen sich ohne Kenntnis von n Grenzwerte von a aufstellen, da n zwischen 1 und ∞ liegt und man erhält für $n=1$

$$a = \frac{v_0}{2} \left(1 - \sqrt{1 - \frac{2}{1+\alpha} \cdot \frac{f}{F}} \right)$$

und für $n=\infty$

$$a > \frac{v_0}{2} \frac{f}{F} \frac{1-\alpha}{1+\alpha},$$

mithin ist jedenfalls

$$(21) \quad \frac{v_0}{2} \left(1 - \sqrt{1 - \frac{2}{1+\alpha} \cdot \frac{f}{F}} \right) > a > \frac{v_0}{2} \frac{f}{F} \frac{1-\alpha}{1+\alpha}.$$

Diese beiden Grenzwerte von a rücken um so näher zusammen, je größer der Widerstand ist und führen zur Kenntnis eines Näherungswertes von a , den man zur Bestimmung von n nach Gleichung (17) benutzen kann.

7. Methode. Eine weitere Bestimmung von a ergibt sich aus der Beobachtung der Dämpfung oszillierender Entladungen bei sehr kleinen Leitungswiderständen, so daß die Widerstandsdämpfung zu vernachlässigen ist. Nach den Gleichungen (14), (16) und ff. ist dann die Differenz der aufeinanderfolgenden Strom- und Spannungsamplituden konstant und ihr Verhältnis zur ersten Amplitude ist gleich $2a/(v_0 - a)$ für die Stromkurve, gleich $2a/q_0$ für die Spannungskurve. Die Ausmessung dieses Verhältnisses ergibt also a ; sie läßt sich ausführen durch Übertragung der Schwingungen auf die Kathodenstrahlen der Braunschen Röhre durch elektrostatische oder elektromagnetische

Ablenkung in der Weise, wie es von den Herren Wehnelt und Donath¹⁾, Simon und Reich²⁾, Zenneck³⁾ gesehen ist.

Ist der Widerstand nicht sehr klein, so ist auf den von ihm herrührenden Teil der Dämpfung nach den Gleichungen des IV. Abschnittes (p. 657 ff.) Rücksicht zu nehmen. Die Differenz der aufeinanderfolgenden Amplituden ist dann nicht konstant, sondern nimmt allmählich ab, und es ist $2a$ gleich dem Grenzwerte dieser Differenz bei abnehmender Amplitude.

Auch die mittlere Dämpfung, wie sie Hrn. V. Bjerknes⁴⁾ Resonanzmethode ergibt, würde sich bei zu vernachlässigender Widerstandsdämpfung hier verwerten lassen.

Diese mittlere Dämpfung läßt sich nämlich auch aus den Formeln für die aufeinanderfolgenden Strom- oder Spannungsamplituden ableiten (nach Abschnitt IV, p. 657 ff.) und ergibt sich im wesentlichen nur abhängig von n . Die Art der Berechnung aber richtet sich nach der Art und Weise der Beobachtung und ist verschieden, je nachdem der elektrische oder der thermische bez. magnetische Integraleffekt zur Beobachtung gelangt, da die Abhängigkeit der Resonanzwirkung von der Dämpfung verschieden ist für diese Fälle.⁵⁾ Ich gehe auf diese umständlichen Berechnungen an dieser Stelle nicht ein, da mir einwandfreie Beobachtungen, die hier zu benutzen wären, zurzeit nicht bekannt sind.

Im folgenden wollen wir nun die Theorie durch Vergleichung mit der Erfahrung prüfen, zu welchem Zwecke zunächst die Konstanten a und b zu bestimmen sind. Wir beschränken uns dabei auf Entladungen durch normale Luft, da nur für diese umfangreichere Messungen vorliegen. Bei den meisten Beobachtungen sind Messingkugeln als Elektroden verwendet worden.

1) A. Wehnelt u. B. Donath, Wied. Ann. 69. p. 861. 1899.

2) H. Th. Simon u. M. Reich, Physik. Zeitschr. 2. p. 289. 1901.

3) J. Zenneck, Ann. d. Phys. 7. p. 801. 1902; 13. p. 822. 1904.

4) V. Bjerknes, Wied. Ann. 44. p. 74. 1891; 55. p. 121. 1895.

5) V. Bjerknes, Wied. Ann. 55. p. 141 ff. 1895.

VI. Numerische Werte von a und b für normale Luftstrecken verschiedener Länge.

1. Methode. Die Gleichung

$$v_r - a = 2\sqrt{b}r$$

liefert vielleicht die zuverlässigsten Werte von a und b , aus Funkenbeobachtungen, weil sich die Widerstände r und damit die Restpotentiale in weiten Grenzen ändern lassen. Diesbezügliche Messungen liegen vor von Hrn. J. Koch (l. c) und dem Verfasser. Bei den ersteren liegen die Widerstände zwischen 4000 und 100000 Ohm, bei den letzteren zwischen 0,6 und 13 Megohm, umfassen also im ganzen einen großen Bereich; die Funkenlängen gehen bei Koch bis 2 mm bei mir bis 3 mm. Die Berechnung erfolgte nach der Methode der kleinsten Quadrate.

Die folgenden, beispielsweise angeführten Tab. 1 und 2 geben die Entladungspotentiale v_0 und die Restpotentiale v_r in Volt für verschiedene Widerstände r in Ohm, die berechneten Konstanten a und b die berechneten Werte von $a + 2\sqrt{b}r$ und endlich unter δ die Größe

$$\delta = v_r - a - 2\sqrt{b}r,$$

die theoretisch gleich Null sein wollte. Diese Abweichungen zwischen Theorie und Beobachtung übersteigen im allgemeinen nicht 5 Proz. und bleiben daher innerhalb der Grenzen der Beobachtungsfehler dieser schwierigen Messungen. Die Werte von v_r in Tab. 1 sind aus den Tabellen aus J. Kochs Dissertation durch Interpolation erhalten.

Die Übereinstimmung der aus den beiden Reihen abgeleiteten Werte der Konstanten ist in Anbetracht der durch die Beobachtungsfehler bedingten Unsicherheit und der nicht ganz identischen Versuchsbedingungen befriedigend. Aus Kochs Beobachtungen mit 1 mm Funken zwischen Zinkelektroden ergibt sich

$$a = 388 \text{ Volt, } b = 0,767 \text{ Watt.}$$

Eine andere Reihe mit Messingelektroden:

$$a = 377 \text{ Volt, } b = 0,636 \text{ Watt.}$$

Wieder in ziemlicher Übereinstimmung mit den obigen Werten.

Tabelle 1.

Beobachtungen von J. Koch.

1 mm Funken zwischen Messingkugeln von 1,92 cm Durchmesser
in normaler Luft. $a = 401$ Volt. $b = 0,488$ Watt. $v_0 = 4570$ Volt.

r Ohm	r , Volt		δ
	beob.	ber.	
4 900	470	499	-29
5 020	488	500	-12
10 040	543	541	+ 2
15 000	590	573	+17
20 700	607	606	+ 1
25 800	650	626	+24
29 300	662	640	+22
46 800	695	703	- 8
82 500	900	803	- 3
109 500	850	864	-14

Tabelle 2.

Beobachtungen von Heydweiller.

1 mm Funken zwischen Messingkugeln von 1 cm Durchmesser
in normaler Luft. $a = 371$ Volt. $b = 0,725$ Watt. $v_0 = 4770$ Volt.

r Megohm	r , Volt		δ
	beob.	ber.	
0,9	1840	1993	-153
3,2	3520	3417	+103
3,9	3770	3724	+ 46
5,4	4550	4319	+131
7,4	4770	5000	-230

Für 2 mm Funken ist die Übereinstimmung weniger gut; in-
dessen ist zu bemerken, daß mit wachsender Funkenlänge die
Schwierigkeiten der Beobachtung zunehmen. Insbesondere
bleibt die Funkenstrecke während einer längeren Beobachtungs-
reihe nicht konstant, was auf die berechneten Werte von a und b



So ist für Widerstände im Schließungsbogen, die dem Grenzwiderstande für kontinuierliche Entladung $2\sqrt{p/e}$ nahe liegen, δt_1 klein gegen αq_1 und man erhält nach Gleichung (19a) (p. 661) bei Vernachlässigung von α gegen 1 und von α gegen v_0 in erster Näherung:

$$\alpha = \frac{f}{v_0 c},$$

in zweiter Näherung, wenn α nicht gegen v_0 vernachlässigt wird:

$$\alpha = \frac{v_0}{2} - \sqrt{\frac{v_0^2}{4} - \frac{f}{c}} = \frac{f}{v_0 c} \left(1 + \frac{f}{v_0^2 c} + \frac{3f}{v_0^4 c^2} + \dots \right)$$

und bei Berücksichtigung von b nach den Beziehungen des Abschnittes II in dritter Näherung:

$$\alpha = \frac{v_0}{2} - \sqrt{\delta r} - \sqrt{\left(\frac{v_0}{2} - \sqrt{\delta r}\right)^2 - \frac{f - b t_1}{c}},$$

worin

$$t_1 = r c \left\{ \log n \frac{v_0}{\sqrt{\delta r}} - \frac{1}{2} \right\}$$

und für b ein Näherungswert eingesetzt werden kann.

Bei nicht zu kleinen Leitungswiderständen lassen sich auch Energiemessungen oszillierender Entladungen zur Bestimmung von α verwenden, wobei die Gleichungen von Abschnitt IV zugrunde zu legen sind.

Aus Gleichung (19) folgt nämlich

$$(20) \quad \left\{ \begin{aligned} \alpha &= \frac{v_0}{2} \frac{1}{\frac{2n}{1-\alpha^n} - \frac{1+\alpha}{1-\alpha}} \\ &\quad \left\{ 1 - \sqrt{1 - \frac{2f}{F} \frac{1-\alpha}{1+\alpha} \frac{1}{1-\alpha^n} \left(\frac{2n}{1-\alpha^n} - \frac{1+\alpha}{1-\alpha} \right)} \right\}, \end{aligned} \right.$$

worin

$$\alpha = c \sqrt{\frac{\pi}{\frac{4p}{r^2 c} - 1}} \quad \text{und} \quad F = \frac{v_0^2 c}{2}.$$

Es ist zur Bestimmung von α die Kenntnis der Kapazität — der Selbstinduktion und des Widerstandes für die in Betracht kommende Schwingungszahl, des Entladungspotentials v_0 , der Funkenenergie f und der Zahl der Partialentladungen n erforderlich.

Die letztere ist bei keiner der bisherigen Messungen bestimmt worden; sie läßt sich aber aus den übrigen Größen mit hinreichender Genauigkeit ermitteln, wenn die eingeschalteten Widerstände nicht zu klein sind, α also nicht zu nahe an 1 liegt.

Denn wir können Gebrauch machen von der Beziehung (17)

$$n < \frac{\log \left(\frac{v_0}{\alpha} \frac{1-\alpha}{1+\alpha} + 1 \right)}{\log \frac{1}{\alpha}},$$

wobei für n die der rechten Seite am nächsten liegende ganze Zahl zu nehmen ist.

Außerdem lassen sich ohne Kenntnis von n Grenzwerte von α aufstellen, da n zwischen 1 und ∞ liegt und man erhält für $n=1$

$$\alpha = \frac{v_0}{2} \left(1 - \sqrt{1 - \frac{2}{1+\alpha} \cdot \frac{f}{F}} \right)$$

und für $n=\infty$

$$\alpha > \frac{v_0}{2} \frac{f}{F} \frac{1-\alpha}{1+\alpha},$$

mithin ist jedenfalls

$$(21) \quad \frac{v_0}{2} \left(1 - \sqrt{1 - \frac{2}{1+\alpha} \cdot \frac{f}{F}} \right) > \alpha > \frac{v_0}{2} \frac{f}{F} \frac{1-\alpha}{1+\alpha}.$$

Diese beiden Grenzwerte von α rücken um so näher zusammen, je größer der Widerstand ist und führen zur Kenntnis eines Näherungswertes von α , den man zur Bestimmung von n nach Gleichung (17) benutzen kann.

7. *Methode.* Eine weitere Bestimmung von α ergibt sich aus der Beobachtung der Dämpfung oszillierender Entladungen bei sehr kleinen Leitungswiderständen, so daß die Widerstandsdämpfung zu vernachlässigen ist. Nach den Gleichungen (14), (16) und ff. ist dann die Differenz der aufeinanderfolgenden Strom- und Spannungsamplituden konstant und ihr Verhältnis zur ersten Amplitude ist gleich $2a/(v_0 - a)$ für die Stromkurve, gleich $2a/q_0$ für die Spannungskurve. Die Ausmessung dieses Verhältnisses ergibt also α ; sie läßt sich ausführen durch Übertragung der Schwingungen auf die Kathodenstrahlen der Braunschen Röhre durch elektrostatische oder elektromagnetische

Ablenkung in der Weise, wie es von den Herren Wehnelt und Donath¹⁾, Simon und Reich²⁾, Zenneck³⁾ gesehen ist.

Ist der Widerstand nicht sehr klein, so ist auf den von ihm herrührenden Teil der Dämpfung nach den Gleichungen des IV. Abschnittes (p. 657 ff.) Rücksicht zu nehmen. Die Differenz der aufeinanderfolgenden Amplituden ist dann nicht konstant, sondern nimmt allmählich ab, und es ist $2a$ gleich dem Grenzwerte dieser Differenz bei abnehmender Amplitude.

Auch die mittlere Dämpfung, wie sie Hr. V. Bjerknes⁴⁾ Resonanzmethode ergibt, würde sich bei zu vernachlässigender Widerstandsämpfung hier verwerten lassen.

Diese mittlere Dämpfung läßt sich nämlich auch aus den Formeln für die aufeinanderfolgenden Strom- oder Spannungsamplituden ableiten (nach Abschnitt IV, p. 657 ff.) und ergibt sich im wesentlichen nur abhängig von n . Die Art der Berechnung aber richtet sich nach der Art und Weise der Beobachtung und ist verschieden, je nachdem der elektrische oder der thermische bez. magnetische Integraleffekt zur Beobachtung gelangt, da die Abhängigkeit der Resonanzwirkung von der Dämpfung verschieden ist für diese Fälle.⁵⁾ Ich gehe auf diese umständlichen Berechnungen an dieser Stelle nicht ein, da mir einwandfreie Beobachtungen, die hier zu benutzen wären, zurzeit nicht bekannt sind.

Im folgenden wollen wir nun die Theorie durch Vergleichung mit der Erfahrung prüfen, zu welchem Zwecke zunächst die Konstanten a und b zu bestimmen sind. Wir beschränken uns dabei auf Entladungen durch normale Luft, da nur für diese umfangreichere Messungen vorliegen. Bei den meisten Beobachtungen sind Messingkugeln als Elektroden verwendet worden.

1) A. Wehnelt u. B. Donath, Wied. Ann. 69. p. 861. 1899.

2) H. Th. Simon u. M. Reich, Physik. Zeitschr. 2. p. 289. 1901.

3) J. Zenneck, Ann. d. Phys. 7. p. 801. 1902; 13. p. 822. 1904.

4) V. Bjerknes, Wied. Ann. 44. p. 74. 1891; 55. p. 121. 1895.

5) V. Bjerknes, Wied. Ann. 55. p. 141 ff. 1895.

VI. Numerische Werte von a und b für normale Luftstrecken verschiedener Länge.

1. Methode. Die Gleichung

$$v_r - a = 2\sqrt{b r}$$

liefert vielleicht die zuverlässigsten Werte von a und b , aus Funkenbeobachtungen, weil sich die Widerstände r und damit die Restpotentiale in weiten Grenzen ändern lassen. Diesbezügliche Messungen liegen vor von Hrn. J. Koch (l. c) und dem Verfasser. Bei den ersteren liegen die Widerstände zwischen 4000 und 100 000 Ohm, bei den letzteren zwischen 0,6 und 13 Megohm, umfassen also im ganzen einen großen Bereich; die Funkenlängen gehen bei Koch bis 2 mm bei mir bis 3 mm. Die Berechnung erfolgte nach der Methode der kleinsten Quadrate.

Die folgenden, beispielsweise angeführten Tab. 1 und 2 geben die Entladungspotentiale v_0 und die Restpotentiale v_r in Volt für verschiedene Widerstände r in Ohm, die berechneten Konstanten a und b die berechneten Werte von $a + 2\sqrt{b r}$ und endlich unter δ die Größe

$$\delta = v_r - a - 2\sqrt{b r},$$

die theoretisch gleich Null sein wollte. Diese Abweichungen zwischen Theorie und Beobachtung übersteigen im allgemeinen nicht 5 Proz. und bleiben daher innerhalb der Grenzen der Beobachtungsfehler dieser schwierigen Messungen. Die Werte von v_r in Tab. 1 sind aus den Tabellen aus J. Kochs Dissertation durch Interpolation erhalten.

Die Übereinstimmung der aus den beiden Reihen abgeleiteten Werte der Konstanten ist in Anbetracht der durch die Beobachtungsfehler bedingten Unsicherheit und der nicht ganz identischen Versuchsbedingungen befriedigend. Aus Kochs Beobachtungen mit 1 mm Funken zwischen Zinkelektroden ergibt sich

$$a = 388 \text{ Volt, } b = 0,767 \text{ Watt.}$$

Eine andere Reihe mit Messingelektroden:

$$a = 377 \text{ Volt, } b = 0,636 \text{ Watt.}$$

Wieder in ziemlicher Übereinstimmung mit den obigen Werten.

Tabelle 1.

Beobachtungen von J. Koch.

1 mm Funken zwischen Messingkugeln von 1,92 cm Durchmesser
in normaler Luft. $a = 401$ Volt. $b = 0,488$ Watt. $v_0 = 4570$ Volt.

r Ohm	r , Volt		δ
	beob.	ber.	
4 900	470	499	- 29
5 020	488	500	- 12
10 040	543	541	+ 2
15 000	590	573	+ 17
20 700	607	606	+ 1
25 800	650	626	+ 24
29 300	662	640	+ 22
46 800	695	703	- 8
82 500	800	803	- 3
109 500	850	864	- 14

Tabelle 2.

Beobachtungen von Heydweiller.

1 mm Funken zwischen Messingkugeln von 1 cm Durchmesser
in normaler Luft. $a = 371$ Volt. $b = 0,725$ Watt. $v_0 = 4770$ Volt.

r Megohm	r , Volt		δ
	beob.	ber.	
0,9	1840	1993	- 153
3,2	3520	3417	+ 103
3,9	3770	3724	+ 46
5,4	4550	4819	+ 131
7,4	4770	5000	- 230

Für 2 mm Funken ist die Übereinstimmung weniger gut; in-
dessen ist zu bemerken, daß mit wachsender Funkenlänge die
Schwierigkeiten der Beobachtung zunehmen. Insbesondere
bleibt die Funkenstrecke während einer längeren Beobachtungs-
reihe nicht konstant, was auf die berechneten Werte von a und b

großen Einfluß ausübt und sich bei meinen Beobachtungen stark geltend macht. Tab. 3 gibt eine Zusammenstellung der aus meinen und aus Kochs beiden Beobachtungsreihen mit Messingelektroden abgeleiteten Werte von a und b .

Tabelle 3.

Funkenlänge δ mm	a Volt	b Watt	Beobachter
0,5	353	0,260	Koch
0,5	357	0,228	"
1,0	377	0,686	"
1,0	401	0,488	"
1,0	371	0,727	Heydweiller
1,5	404	0,910	Koch
1,5	412	0,925	"
2,0	425	1,35	"
2,0	654 ¹⁾	1,05 ²⁾	Heydweiller
3,0	876 ¹⁾	1,68	"
3,0	594	1,26	"

2. Methode. Die genauesten Werte von a und b überhaupt liefert wohl die Bestimmung der Charakteristik der Glimmentladung

$$v = a + \frac{b}{\delta},$$

vorausgesetzt, daß sich die von Hrn. J. Koch für kleine Luftstrecken nachgewiesene Übereinstimmung mit derjenigen der Funkenentladung auch auf größere Entladungsstrecken ausdehnen läßt, wobei dann freilich für diese auch noch konstante Stromquellen von sehr hoher Spannung zur Verfügung stehen müssen.

Hr. J. Koch hat selbst ausgedehnte Messungen von Spannungen und Stromstärken für Glimmlichtentladungen bis zu 2 mm Entladungsstrecken angestellt, die mit den weniger

1) Wahrscheinlich zu groß, wegen Veränderung der Funkenstrecke während der Beobachtungen.

2) Wahrscheinlich zu klein aus demselben Grunde.

umfangreichen Messungen der Herren Kaufmann¹⁾ und J. Stark²⁾ befriedigend übereinstimmen³⁾, und aus denen ich wieder mittels der Methode der kleinsten Quadrate die Konstanten a und b für abgerundete Werte der Entladungsstrecke abgeleitet habe (die bezüglichen Werte von v und i sind aus den Kochschen Tabellen durch Interpolation gewonnen).

Tabelle 4.

Glimmentladung zwischen Messingkugeln nach J. Koch.

Entladungsstrecke $\delta = 2$ mm.

$a = 472$ Volt. $b = 1,20$ Watt.

i Amp.	v beob. Volt	v ber. Volt	Δ $v_{\text{beob.}} - v_{\text{ber.}}$
0,005	706	712	-6
0,006	670	672	-2
0,007	645	644	+1
0,008	626	622	+4
0,009	610	605	+5
0,010	596	592	+4
0,012	574	572	+2
0,014	557	557	± 0
0,016	544	548	-4
0,020	523	532	-9

Tabelle 5.

Nach J. Koch.

Luftstrecke δ mm	a Volt	b Watt	a berechnet	b berechnet
0,4	334	0,276	335	0,240
0,6	356	0,366	352	0,360
1,0	387	0,600	386	0,600
1,4	418	0,835	421	0,840
2,0	472	1,20	473	1,20

Tab. 4 enthält zunächst wieder eine der Reihen ausführlich, um die gute Übereinstimmung zwischen Beobachtung und

1) W. Kaufmann, Physik. Zeitschr. 4. p. 578. 1903.

2) J. Stark, Physik. Zeitschr. 4. p. 535. 1903.

3) Die kleinen Unterschiede sind wohl auf Temperaturverschiedenheit zurückzuführen.

Rechnung zu zeigen und zwar für 2 mm Luftstrecke zwischen Messingkugeln; Tab. 5 dann die Zusammenstellung aller berechneten Werte von a und b für Messingelektroden; Zinkelektroden geben bei 1 mm wenig abweichende Werte der Konstanten ($a = 403$ Volt, $b = 0,580$ Watt). a sowohl wie b lassen sich danach als nahezu lineare Funktionen der Luftstrecke δ darstellen, und zwar

$$a = 300 + 86,4 \cdot \delta \text{ Volt}$$

und

$$b = 0,600 \cdot \delta \text{ Watt.}$$

Die Übereinstimmung der hiernach berechneten mit den beobachteten Werten ist nach Ausweis von Tab. 5 vorzüglich; bei kleineren Luftstrecken scheinen allerdings Abweichungen aufzutreten.

Ausgedehnte Messungen von Stromstärke und Spannung bei der Glimmentladung hat fast gleichzeitig mit Hrn. J. Koch, Hr. Stuchtey¹⁾ ausgeführt. Sie umfassen sowohl ein Stromstärkenintervall (von 0,75 bis 60 Milliamp.) wie auch größere Luftstrecken (bis 7 mm).

Diese Beobachtungen ergeben, daß bei größeren Stromstärken die Charakteristik der Glimmentladung nicht unbeträchtlich abweicht von der Kaufmannschen Form

$$v = a + \frac{b}{i},$$

v als Funktion von $1/i$ ergibt keine Gerade, sondern eine gegen die Abszissenachse merklich konkav gekrümmte Kurve. Indessen ist es sehr wohl möglich, ja wahrscheinlich, daß diese Abweichungen auf die Stromwärme zurückzuführen sind, obwohl bei Stuchteys Versuchen durch eine massive Kathode für möglichste Wärmeableitung gesorgt war.

Die Berechnung von a und b ergibt verschiedene Werte, wenn man verschiedene Stromstärkeintervalle benutzt, z. B. für 5 mm Luftstrecke bei Benutzung aller Beobachtungen von $i = 2,75$ bis $i = 60$ Milliamp., $a = 674$ Volt, $b = 2,49$ Watt, dagegen für das Stromintervall 5—20 Milliamp. $a = 703$ Volt, $b = 2,72$ Watt. Wenn die obige Vermutung über den Einfluß der Stromwärme richtig ist, so würden für normale Temperatur

1) C. Stuchtey, Inaug.-Diss. Bonn 1904.

die Beobachtungen bei kleineren Stromstärken die richtigeren Werte von a und b liefern. Ich habe daher und um mit den Kochschen vergleichbare Werte zu erhalten, nur das Stromintervall der Kochschen Versuche 5—20 Milliamp. zur Berechnung von a und b verwandt, und da bei 7 mm Luftstrecke das Intervall beschränkter ist, sind diese Beobachtungen hier nicht benutzt.

Im allgemeinen ist die Übereinstimmung der beobachteten Spannungswerte mit den nach der Gleichung $v = a + b/i$ berechneten ähnlich wie bei den Kochschen Messungen, für die Tab. 4 ein Beispiel gibt; die Abweichungen wachsen etwas mit zunehmender Luftstrecke.

Tabelle 6.

Nach Stuchtey.

Luftstrecke δ mm	a Volt	b Watt	a berechnet	b berechnet
1	394	0,613	410	0,543
2	479	1,152	480	1,111
3	564	1,603	551	1,679
4	634	2,15	621	2,247
5	703	2,72	691	2,815
6	740	3,54	761	3,383

Tab. 6 gibt die Zusammenstellung der aus Stuchteys Beobachtungen berechneten Werte von a und b . Sie ergeben auch eine nahe lineare Abhängigkeit von δ und lassen sich darstellen durch die Gleichungen (mit kleinsten Quadranten berechnet):

$$a = 340 + 70 \delta \text{ Volt,}$$

$$b = 0,568 \delta - 0,025 \text{ Watt.}$$

3. Methode. In der mehrfach erwähnten Arbeit¹⁾ über Funkenentladungen von Kondensatoren fand ich für die Widerstände, bei denen die intermittierende Entladung einsetzt,

für Funkenlängen von . .	1	2	3 mm
die ungefähren Werte \bar{r} . . =	6	12	18 Megohm,
wobei bestimmt wurde $v_0 - a$	4990	8210	10690 Volt,

1) A. Heydweiller, Wied. Ann. 43. p. 310. 1891.

und so erhält man nach der Beziehung (p. 662)

$$b = \frac{(v_0 - a)^2}{4\bar{r}}$$

$$b = 1,0 \quad 1,4 \quad 1,5 \text{ Watt,}$$

welche Werte bei den nur sehr annähernden Bestimmungen von \bar{r} lediglich die Bedeutung von Näherungswerten haben. Indessen ist es wohl möglich, durch genauere Beobachtung des Einsetzens der intermittierenden Entladung bei kontinuierlicher (und nicht, wie oben sprungweiser) Änderung der Widerstände auch genauere Werte von b auf diesem Wege zu ermitteln.

4. Methode. Die Widerstände maximaler Funkendauer r_m fand ich in derselben Arbeit

$$\begin{array}{ccccccc} \text{für 2 mm Funken gleich etwa 5,0 Megohm} \\ \text{,, 3 ,, ,, ,, ,, 6,2 ,,} \end{array}$$

Es ergibt sich daher nach der Beziehung

$$b = \frac{0,105 (v_0 - a)^2}{r_m}$$

unter Benutzung der vorstehend angegebenen Werte von $v_0 - a$:

$$b = 1,4 \text{ Watt für } \delta = 2 \text{ mm,}$$

$$b = 1,95 \text{ ,, ,, } \delta = 3 \text{ ,, .}$$

Werte, die ebenfalls keinen großen Anspruch auf Genauigkeit machen können, aber doch die Theorie zu stützen geeignet sind.

Beobachtungen für die 5. Methode liegen zur Zeit nicht vor.

6. Methode. Absolute Messungen der Funkenenergie (und nur solche kommen hier in Betracht) sind ausgeführt worden (in chronologischer Folge): vom Verfasser¹⁾, von den Herren W. Kaufmann²⁾, Battelli und Magri³⁾, Lindemann⁴⁾, Leppelmann⁵⁾ und Stuff⁶⁾. Sie beziehen sich zum Teil auf oszillierende Entladungen bei kleinen Widerständen (Battelli

1) A. Heydweiller, Wied. Ann. 43. p. 310. 1891.

2) W. Kaufmann, Wied. Ann. 60. p. 653. 1897.

3) A. Battelli u. L. Magri, Phys. Zeitschr. 3. p. 539, 4. p. 181. 1902; Phil. Mag. (6) 5. p. 1 u. 620. 1902.

4) R. Lindemann, Ann. d. Phys. 12. p. 1012. 1903.

5) P. Leppelmann, Inaug.-Diss. Münster 1905.

6) Noch nicht veröffentlicht.

und Magri < 2 Ohm, Kaufmann < 7 Ohm, Lindemann < 20 Ohm), zum Teil auf einfache Entladungen durch Widerstände verschiedener Größenordnung (Leppelmann 6000 bis 30000 Ohm, Heydweiller 0,6—13 Megohm, Stüff bis 6 Megohm). Bei den Versuchen von Lindemann, Leppelmann und dem Verf. ist die Funkenergie als Unterschied der Gesamtenergie und der Jouleschen Stromwärme im Schließungsbogen ermittelt, bei denen von Kaufmann und Stüff dagegen ein direktes luftthermometrisches Verfahren angewendet worden. Battelli und Magri wandten beide Verfahren gleichzeitig an und erhielten gute Übereinstimmung.

Die Energiemessungen bei sehr großen Leitungswiderständen sind, wie schon bemerkt wurde, zur Bestimmung der Funkenkonstanten weniger geeignet und sollen erst später (p. 683 ff.) zur Prüfung der Theorie in der Weise verwendet werden, daß die experimentell gefundenen Werte der Funkenenergie verglichen werden mit den theoretisch berechneten unter Benutzung der anderweitig ermittelten Werte der Funkenkonstanten.

Die sehr schönen und sorgfältigen Messungen von Battelli und Magri andererseits sind hier ebenfalls kaum verwertbar, weil bei den sehr geringen Widerstandswerten die genauere Berechnung von α die Kenntnis der Zahl der Partialentladungen voraussetzt, ohne welche sich nur Grenzwerte angeben lassen, die ziemlich weit auseinander liegen. Nun fehlen aber leider in den Veröffentlichungen die photographischen Aufnahmen gerade für die Reihen, bei welchen Energiemessungen vorgenommen wurden, und somit auch die Möglichkeit einer wenigstens annähernden Bestimmung jener Zahl.

Am besten geeignet für die Berechnung von α sind nach den Erörterungen des vorigen Abschnitts (p. 664) die Messungen, bei denen der Leitungswiderstand nicht zu stark von $2\sqrt{p/c}$ verschieden ist, bei denen also nur eine oder wenige Partialentladungen stattfinden, und hier kommen zunächst die Messungen von Lindemann und die von Leppelmann in Betracht.

Bei den ersteren sind die Entladungen zum Teil noch oszillierend; bei dem größten benutzten Widerstand (20 Ohm) aber schon einfach infolge der Funkendämpfung (der Grenzwiderstand $2\sqrt{c/p} = 64$ Ohm); aber auch für die kleineren

Widerstände liegen die nach (21) (p. 665) zu berechnenden Grenzwerte von a schon ziemlich nahe. Nach Gleichung (20) in Verbindung mit Gleichung (17) (p. 660) für n erhält man daher ziemlich zuverlässige Werte für a .

Ich habe die Berechnung der Lindemannschen, in Tab. 1 (1—4) (p. 1024 l. c.) enthaltenen Versuchsergebnisse in der Weise durchgeführt, daß ich durch Interpolation das Entladungspotential und die Funkenenergie für Funkenstrecken von 0,5, 1,0, 1,5, 2,0 mm daraus entnahm, nach Gleichung (17) n und nach (19a) a ermittelte.

Die berechneten Werte von a sind für die vier verschiedenen Widerstände r und ebensoviel Funkenstrecken in Tab. 7 enthalten, daneben stehen unter n die Anzahl von Partialentladungen für jeden Fall.

Tabelle 7.

(Werte von a in Volt nach Lindemann.)

r Ohm	0,5 mm		1,0 mm		1,5 mm		2,0 mm	
	a	n	a	n	a	n	a	n
5,25	216	5	378	5				
10,1	238	2	433	2	610	2		
15,0	212	2	355	2	506	2	640	2
19,93	234	1	399	1	539	1	573	2
Mittel	225		391		550		606	

Bei 1 mm Funken stimmt der Wert von a fast genau mit den aus der Glimmentladung erhaltenen überein, bei 0,5 mm ist er beträchtlich kleiner und bei den größeren Funkenstrecken größer als diese (vgl. dazu p. 684). Eine Angabe über das Elektrodenmaterial fehlt.

Die Versuche von Leppelmann sind gelegentlich und in anderem Zusammenhang angestellt und bei der Kleinheit der gemessenen Energiemengen mit erheblicher Unsicherheit behaftet. Bei den größeren Funkenstrecken haben sie zweifellos zu hohe Werte der Funkenenergie ergeben, weil hier die Entladungspotentiale und damit die Gesamtenergie zu hoch ausgefallen sind (vgl. p. 42 der Dissertation), was auf den kleinen Unterschied zwischen Gesamtenergie und Joulescher Wärme von sehr beträchtlichem Einfluß ist.

Die Messungen an kleineren Funkenstrecken von der Länge δ ergaben:

für $\delta = 1,62$ mm	$f = 0,019$	$a = 350$ Volt
1,80 "	0,012	
1,90 "	0,038	Mittel 0,025 410 "
3,20 "	0,058	550 "

wobei die Werte von a aus der Gleichung (p. 664)

$$a = \frac{v_0}{2} - \sqrt{b r} - \sqrt{\left(\frac{v_0}{2} - \sqrt{b r}\right)^2 - \frac{f}{c}}$$

unter Benutzung von Näherungswerten für b , berechnet sind; δr ist kleiner als die Beobachtungsfehler in f .

Daraus berechnet sich weiter

für $\delta = 1,5$	2,0	3,0 mm
$a = 340$	420	580 Volt,

Werte, die mit den nach anderen Methoden gewonnenen (vgl. p. 680) ziemlich gut übereinstimmen.

Ganz anders verhält es sich aber bei der Berechnung der Kaufmannschen Versuche. Zwar ist diese nicht ganz sicher durchzuführen, weil für die Selbstinduktion nur ein berechneter Näherungswert (nach freundlicher privater Mitteilung Hrn. Kaufmanns) vorliegt. Daher ist auch die Zahl der Partialentladungen nur unsicher zu bestimmen, während andererseits die Widerstände so klein sind, daß zwischen den beiden Grenzwerten von a (nach Gleichung (21)) erhebliche Unterschiede vorhanden sind. Aber es unterliegt doch keinem Zweifel, daß die hiernach zu berechnenden Werte von a bedeutend kleiner sind, als die bisher erhaltenen, ja nur einen verhältnismäßig kleinen Bruchteil ($\frac{1}{4} - \frac{1}{10}$) derselben betragen. Das geht z. B. aus den folgenden für $r = 1,1$ Ohm und verschiedene Entladungspotentiale v_0 (denen ich die entsprechenden Werte der Funkenlängen δ hinzugefügt habe) berechneten Grenzwerten von a hervor:

Tabelle 8.

v_0 Volt	δ mm	$\frac{v_0}{2} \left(1 - \sqrt{1 - \frac{2}{1 + \alpha} \cdot \frac{f}{F}}\right)$	$\frac{v_0}{2} \frac{f}{F} \frac{1 - \alpha}{1 + \alpha}$	a nach Stuchey
6870	1,6	60	10	460
9080	2,2	104	17	495
11800	2,8	151	25	550
13600	3,6	192	32	605
15700	4,2	244	40	650

Ein Blick auf die vorstehende Tab. 8 zeigt, daß schon die hier berechneten oberen Grenzwerte von a bedeutend kleiner sind als z. B. die aus Stuchteys Beobachtungen der Glimmstromcharakteristik folgenden, welche in letzter Reihe stehen.

Das könnte an einer Herabsetzung der Konstanten durch die Stromwärme liegen, die bei der sehr hohen Maximalintensität dieser Entladungen (bis zu 1400 Amp.) beträchtlich sein könnte. Es wäre aber auch möglich, daß es in der Methode der Energiebestimmung begründet ist. Die Funkenstrecke war nämlich in einem größeren Gefäße eingeschlossen und es wurde die vom Funken an die abgeschlossene Luft abgegebene Wärme luftthermometrisch bestimmt. Es wird also nur die in dem Gefäße in Wärme verwandelte Energie gemessen, und es ist wohl denkbar, daß diese nur einen Bruchteil der gesamten Funkenenergie ausmacht, während ein anderer Teil in Form von mechanischer Energie (Schall) aus dem Gefäße austritt; auch die Wärmeableitung der Zuführungen zu den Elektroden kann noch Energieverluste bedingen. Dies ist nach freundlicher mündlicher Mitteilung Hrn. Kaufmanns eigene Ansicht, der auch Hr. Lindemann Ausdruck gegeben hat (l. c. p. 1033).

Für diese letztere Auffassung sprechen die obigen Ergebnisse der Versuche von Lindemann, bei denen die Maximalstromstärken zwar erheblich kleiner als bei den Kaufmannschen Versuchen waren, aber doch immerhin noch nach Hunderten Ampère zählten.

Andererseits scheinen aber die sehr sorgfältigen Versuche von Battelli und Magri, bei denen die gesamte Funkenenergie zur Messung kam, ebenfalls bedeutend kleinere Werte von a zu ergeben als die übrigen Bestimmungen bei größeren Widerständen. Und obwohl diese Versuche, wie schon bemerkt, eine genaue Berechnung von a nicht ergeben, muß man doch die Frage, wie weit die erste der erwähnten Möglichkeiten, die Verkleinerung von a bei sehr hohen Stromstärken, zutrifft, noch als eine offene bezeichnen.

Nach Hrn. Kaufmanns Methode hat Hr. Stuff auf meine Veranlassung eine Anzahl von Beobachtungen über ein größeres Widerstandsintervall (von $\frac{1}{2}$ Ohm bis zu mehreren Megohm) ausgeführt. Diese Messungen werden weiter unten noch aus-

fürlicher besprochen werden, und es wird sich zeigen, daß bei sehr großen Leitungswiderständen im Schließungsbogen die gemessene Wärmeenergie der theoretisch berechneten Gesamtenergie des Funkens sehr nahe kommt; daß aber bei Verkleinerung der Widerstände allmählich zunehmende Abweichungen auftreten, die schon bei 10^6 Ohm recht merklich sind, und bei Werten, die dem Grenzwiderstande $2\sqrt{p/c}$ nahe liegen, zu Werten von a führen, die zwar nicht so klein sind, wie die aus Kaufmanns Versuchen abgeleiteten, aber doch nur $\frac{1}{2}$ bis $\frac{1}{3}$ der übrigen Werte betragen. Das beweist in Verbindung mit den anderen oben angeführten Versuchen, daß die Kaufmannsche Methode zwar bei dem langsamen Entladungsverlauf durch große Widerstände die gesamte Funkenenergie ergibt, nicht aber bei den schnell verlaufenden oszillierenden Entladungen, bei denen vielmehr zwischen Gesamtenergie und Wärmeenergie des Funkens beträchtliche Unterschiede bestehen (vgl. p. 685 ff.).

7. Methode. Die einzigen hierher gehörigen Versuche, die bisher vorliegen, sind von Hrn. Zenneck¹⁾ ausgeführt worden, und auch diese erlauben leider keine genaue Bestimmung der Konstanten a , da die Entladungspotentiale nicht angegeben und nicht angebbar sind.

Hr. Zenneck hat die relativen Werte der Stromamplituden oszillierender Kondensatorentladungen für gemessene Werte der Kapazität, der Selbstinduktion und des Widerstandes mit Hilfe der Braunschen Röhre bestimmt. Es zeigt sich, daß die Stromamplituden nahezu, aber nicht ganz geradlinig abnehmen, wie es die Theorie bei nicht zu vernachlässigender Widerstandsdämpfung verlangt. Die Unterschiede aufeinanderfolgender Stromamplituden nähern sich mit abnehmender Amplitude einem Grenzwert Δi , dessen Verhältnis zur ersten Amplitude i_0 sich durch Ausmessung der Zenneckschen Kurven ergibt; und dieses ist nach den Erörterungen der vorigen Abschnitte (p. 665)

$$\frac{\Delta i}{i_0} = \frac{2a}{v_0 - a},$$

1) J. Zenneck, Ann. d. Phys. 13. p. 822. 1904.

woraus folgt:

$$a = \frac{1}{\frac{2 i_0}{\Delta i} + 1} v_0.$$

Aus Hrn. Zennecks Beobachtungen ergibt sich z. B.

für $c = 1,71 \cdot 10^{-9}$ Farad, $p = 0,48$ Quadrant

und ungefähr 3 mm Funkenlänge (zwischen Zinkkugeln);

für $r = 60$ Ohm $\frac{\Delta i}{i_0} = 0,0544$ und hieraus $a = 0,0265 v_0$,

für $r = 140$ Ohm $\frac{\Delta i}{i_0} = 0,0800$ „ „ $a = 0,0385 v_0$.

Würde man für v_0 den Wert des statischen Entladungspotentials einsetzen (etwa 11400 Volt), so würde man $a=300$ bez. 440 Volt erhalten, also beträchtlich kleinere Werte als nach den anderen Methoden, die etwa 560 Volt ergaben. Aber jener Wert von v_0 ist auch zweifellos zu klein; denn, da die Ladungen mit dem Induktorium erfolgten und die Versuche der photographischen Aufnahmen halber jedenfalls im Dunkeln angestellt wurden, so müssen die bekannten Entladungsverzögerungen in hohem Maße wirksam gewesen sein.

Die obigen Werte von a/v_0 werden weiterhin noch Verwendung finden, um unter Berücksichtigung der Widerstandsdämpfung die beobachtete Amplitudenabnahme mit der theoretisch berechneten zu vergleichen (p. 688).

In den folgenden Tab. 9 u. 10 sind noch einmal die sämtlichen Ergebnisse dieses Abschnittes zusammengestellt, und zwar in Tab. 9 die Werte von a , in Tab. 10 die von b für verschiedene Funkenstrecken δ von 0,5 bis 6 mm unter Angabe der Methode und des Beobachters. Die Methoden seien dabei nochmals kurz durch Schlagworte hier rekapituliert.

- Methode 1: Restpotentiale bei verschiedenen großen Widerständen, a u. b .
 „ 2: Glimmstromcharakteristik, a und b .
 „ 3: Grenzwiderstand für intermittierende Entladung, b .
 „ 4: Widerstand maximaler Funkendauer, b .
 „ 5: Restpotentiale bei Grenzwiderstand zwischen oszillierender und einfacher Entladung, a .
 „ 6: Funkenenergie bei mäßigen Widerständen, a .
 „ 7: Dämpfung oszillierender Entladungen, a .

Tabelle 9.

Funkenkonstante *a*.

δ mm	a Volt	Methode	Beobachter	δ mm	a Volt	Methode	Beobachter	
0,5	353	1	J. Koch	2,0	425	1	J. Koch	
	357	1	"		654	1	Heydweiller	
	345	2	"		472	2	J. Koch	
	225	6	Lindemann		479	2	Stuchtey	
1,0	377	1	J. Koch	3,0	606	6	Lindemann	
	401	1	"		420	6	Leppelmann	
	371	1	Heydweiller		876	1	Heydweiller	
	387	2	J. Koch		594	1	"	
	394	2	Stuchtey		564	2	Stuchtey	
	391	6	Lindemann		530	6	Leppelmann	
1,5	404	1	J. Koch	4,0	634	2	Stuchtey	
	412	1	"		5,0	703	2	"
	427	2	"		6,0	740	2	"
	550	6	Lindemann					
	340	6	Leppelmann					

Tabelle 10.

Funkenkonstante *b*.

δ mm	b Watt	Methode	Beobachter	δ mm	b Watt	Methode	Beobachter
0,5	0,260	1	J. Koch	2,0	1,35	1	J. Koch
	0,223	1	"		1,05	1	Heydweiller
	0,321	1	"		1,20	2	J. Koch
1,0	0,636	1	"	3,0	1,15	2	Stuchtey
	0,488	1	"		1,4	3	Heydweiller
	0,727	1	Heydweiller		1,4	4	"
	0,600	2	J. Koch		1,68	1	"
	0,613	2	Stuchtey		1,26	1	"
	1,0	3	Heydweiller		1,60	2	Stuchtey
1,5	0,910	1	J. Koch	4,0	2,15	2	"
	0,925	1	"		5,0	2	"
	0,896	2	"		6,0	2	"

Man sieht aus der Zusammenstellung, daß in der Tat bis zu Funken von 3 mm Länge die Werte von a und b , die aus Funkenentladungen abgeleitet sind, ziemlich gut übereinstimmen mit denen, welche die Glimmentladung (Methode 2) ergibt. Daß diese Übereinstimmung für a auch noch bei größeren Funkenstrecken besteht, machen die weiter unten mitgeteilten Energiemessungen des Hrn. Stuff (Abschnitt 8) sehr wahrscheinlich.

Es darf daher die aus den Glimmentladungen folgende lineare Abhängigkeit der Konstanten von der Entladungsstrecke wohl auch für die Funken als gültig angenommen werden, und es ist für die Deutung der Konstanten bemerkenswert, daß der Wert von a für sehr kleine Funkenstrecken (340 Volt nach Stuchtey, vgl. p. 672) nahezu zusammenfällt mit dem Entladungspotential für Funkenstrecken von 5 bis 15 Na-Lichtwellenlängen, d. h. für diejenige Funkenlänge, bei welcher die Entladungspotential-Funkenlängenkurve eine Diskontinuität, einen doppelten Knick aufweist.¹⁾

VII. Die Dauer des Funkens.

Die Dauer oszillierender Kondensatorentladungen durch Funkenstrecken ergibt sich nach p. 660 aus der Zahl n der Partialentladungen und der einfachen Schwingungsdauer, die durch den Funken nicht geändert wird. n kann man direkt bestimmen oder nach Gleichung (17) (p. 660) aus dem Anfangspotential, der Konstanten a und der Widerstandsämpfung α berechnen. Beobachtungen, die hier zu verwerten wären, um die Theorie zu prüfen, sind mir nicht bekannt.

Die Dauer der einfachen Entladung t_1 kann nach Gleichung (7) (p. 653) berechnet werden aus dem Entladungspotential v_0 , den Funkenkonstanten a und b , dem Leitungswiderstande r und der Kapazität c , da (7)

$$t_1 = rc \left\{ \log n g + \frac{1}{2g^2} - \frac{1}{2} \right\},$$

worin bedeutet

$$g = \frac{v_0 - a + \sqrt{(v_0 - a)^2 - 4br}}{2\sqrt{br}},$$

1) Vgl. R. F. Earhart, Phil. Mag. (6) 1. p. 147. 1901; G. M. Hobbs, Phil. Mag. (6) 10. p. 617. 1905.

oder auch

$$g + \frac{1}{g} = \frac{r_0 - a}{\sqrt{b r}}.$$

In der früheren Arbeit¹⁾ habe ich aus meinen Messungen der Entladungsenergie und der entladenen Elektrizitätsmengen durch große Widerstände Näherungswerte der Entladungsdauer abgeleitet, die sich mit den nach vorstehenden Gleichungen zu berechnenden Werten vergleichen lassen. Zur Erleichterung der Berechnung habe ich die Tab. 11 zusammengestellt, die für verschiedene Werte von g zwischen 1,5 und 55 die zugehörigen Werte von

$$\frac{r_0 - a}{\sqrt{b r}} = g + \frac{1}{g}$$

und von

$$\frac{t_1}{rc} = \log g + \frac{1}{g^2} - \frac{1}{2}$$

enthält, und die ich hier mitteile, da sie vielleicht noch fernere Verwertung finden kann.

Tabelle 11.

g	$\frac{r_0 - a}{\sqrt{b r}}$	$\frac{t_1}{rc}$	g	$\frac{r_0 - a}{\sqrt{b r}}$	$\frac{t_1}{rc}$
1,50	2,167	0,128	8	8,12	1,587
1,60	2,225	0,165	10	10,10	1,808
1,70	2,29	0,204	15	15,07	2,21
1,80	2,36	0,242	20	20,05	2,50
1,90	2,43	0,281	25	25,04	2,72
2,00	2,50	0,318	30	30,03	2,90
2,5	2,90	0,496	35	35,03	3,05
3,0	3,33	0,654	40	40,02	3,18
3,5	3,79	0,794	45	45,02	3,30
4	4,25	0,917	50	50,02	3,41
5	5,20	1,180	55	55,02	3,51
6	6,17	1,306			

Die folgende Tab. 12 gibt dann ferner die für meine beiden früheren Versuchsreihen aus den Beobachtungen ab-

1) A. Heydweiller, Wied. Ann. 43. p. 329ff. 1891.

geleiteten Werte der Entladungsdauer für verschiedene eingeschaltete Leitungswiderstände r unter t_1 beob., neben den nach (7) berechneten Werten unter t_1 ber.; die ersteren haben eine kleine Korrektur erfahren, da damals das mechanische Wärmeäquivalent zu groß angenommen war. Bei den letzteren sind die von Stuchtey aus der Glimmentladung abgeleiteten Werte von a und b benutzt. Berücksichtigt man, daß die Beobachtungen mit beträchtlichen Fehlern behaftet sind, und daß die Ableitung der t_1 -Werte aus den Beobachtungen keine ganz genaue, sondern nur eine annähernde ist, so wird man die Übereinstimmung zwischen Theorie und Erfahrung ziemlich befriedigend finden; die parallelen Reihen für t_1 zeigen denselben Gang, die Abweichungen Δ sind bei 2 mm Funken unregelmäßig verteilt und das Maximum der Entladungsdauer stimmt ziemlich überein; bei 3 mm Funken sind ja allerdings sämtliche beobachteten Werte kleiner als die berechneten; es scheint, daß hier die Energiemengen zu kleine Werte ergeben haben (vgl. p. 687).

Tabelle 12.

$\delta = 2 \text{ mm}$				$\delta = 3 \text{ mm}$			
r Megohm	t_1 ber. sec	t_1 beob. sec	Δ	r Megohm	t_1 ber. sec	t_1 beob. sec	Δ
0,85	0,0166	0,0150	-0,0016	0,59	0,0125	0,0108	-0,0017
3,20	0,0354	0,0398	+0,0044	1,22	0,0221	0,0208	-0,0013
3,90	0,0389	0,0474	+0,0085	3,97	0,0428	0,0314	-0,0114
5,47	0,0485	0,0500	+0,0015	5,36	0,0470	0,0407	-0,0063
7,40	0,0416	0,0397	-0,0019	6,65	0,0500	0,0387	-0,0013
10,1	0,0333	0,0307	-0,0026	9,03	0,0490	0,0387	-0,0103
11,9	0,0235	0,0320	+0,0085	12,6	0,0378	0,0324	-0,0054

VIII. Die Energie des Funkens.

Die Gleichung (1) gestattet, die Funkenenergie aus den Konstanten a und b zu berechnen; für die einfache Entladung ist dazu noch die Bestimmung der entladenen Elektrizitätsmenge oder auch des Entladungspotentiales τ_0 erforderlich

(vgl. p. 654), da die Entladungsdauer sich, wie im vorigen Abschnitt geschehen, aus a , b und den Widerständen berechnen läßt.

Für die oszillierenden Entladungen gibt Gleichung (19) des vierten Abschnittes die Energie, zu deren Berechnung also außer a und v_0 noch die Kapazität c , sowie Widerstand und Selbstinduktion (für die Frequenz der Entladung) bekannt sein muß, da die Zahl der Partialentladungen n sich aus (17) ergibt. — Wir beschränken uns hier auf diejenigen Beobachtungen, die bei nicht zu kleinen Widerständen (mindestens 5 Ohm) angestellt sind, da bei kleineren Widerständen unsere Kenntnis der Konstanten a noch ganz unsicher ist.

Danach kommen hier in Betracht für einfache Entladungen meine mehrfach erwähnten Messungen vom Jahre 1891 und noch nicht abgeschlossene Versuche, die Hr. Stuffs auf meine Veranlassung neuerdings ausgeführt hat, und die ich hier mit Vorbehalt etwa noch anzubringender Korrekturen wiedergebe; für oszillierende Entladungen die Messungen von Hrn. Lindemann¹⁾ (vgl. p. 675).

Die folgenden Tab. 13—15 bringen die Zusammenstellung der beobachteten und berechneten Werte der Funkenenergie f in Joule für verschiedene Widerstandswerte. Für meine und Hrn. Stuffs Beobachtungen sind die aus der Glimmentladung nach Stuchtey folgenden Werte von a und b (p. 672) benutzt worden, für Hrn. Lindemanns Messungen außer diesen auch die aus den Messungen selbst im Abschnitt VI, 6 abgeleiteten Werte von a , und die Berechnung ist auch hier für die aus den Beobachtungen zu interpolierenden Werte von f für abgerundete Funkenlängen (0,5, 1,0, 1,5, 2,0 mm) durchgeführt. Wie man sieht, stimmen natürlich die letzteren Werte, die unter n_2 und f_2 verzeichnet sind, besser als die ersteren unter n_1 und f_1 stehenden mit den beobachteten, aber ich halte die Genauigkeit der Beobachtungen nicht für so groß, daß sie gegen die betreffenden Werte von a entscheiden können, halte sie vielmehr auch mit diesen für vereinbar.

1) R. Lindemann, Ann. d. Phys. 12. p. 1012. 1903.

Tabelle 13.
Funkenenergie nach Lindemann (in Joule).
 $\delta = 0,5 \text{ mm.}$

r Ohm.	n_1	f_1 ber.	n_2	f_2 ber.	f beob.	$A_1 = f - f_1$	$A_2 = f - f_2$
5,25	2	0,01015	5	0,00792	0,0109	+0,00075	+0,0030
10,10	2	0,00803	3	0,00634	0,00634	-0,00169	\pm
15,00	1	0,00563	3	0,00478	0,00478	-0,00085	\pm
19,93	1	0,00525	1	0,00365	0,00371	-0,00154	+0,00006
$\delta = 1,0 \text{ mm. } ^1)$							
5,25	5	0,0296	—	—	0,0339	+0,0043	—
10,10	2	0,0182	—	—	0,0197	+0,0015	—
15,00	2	0,0151	—	—	0,0140	-0,0011	—
19,93	1	0,0110	—	—	0,0112	+0,0002	—
$\delta = 1,5 \text{ mm.}$							
10,10	3	0,0314	2	0,0351	0,0378	+0,0064	+0,0027
15,00	2	0,0239	2	0,0290	0,0263	+0,0024	-0,0027
19,93	2	0,0206	1	0,0212	0,0207	+0,0001	-0,0005
$\delta = 2,0 \text{ mm.}$							
15,00	2	0,0341	2	0,0411	0,0430	+0,0089	+0,0019
19,93	2	0,0294	2	0,0353	0,0337	+0,0043	-0,0016

1) Hier stimmen die Werte für n_2 und f_2 mit denen für n_1 und f_1 überein.

Tabelle 14.
Funkenenergie nach Stuff (in Joule).

$\delta = 4 \text{ mm. } a = 620 \text{ Volt}$						$\delta = 5 \text{ mm. } a = 690 \text{ Volt}$					
$b = 2,25 \text{ Watt}$						$b = 2,82 \text{ Watt}$					
r	$ac(e_0 - a - 2\sqrt{br})$	bt_1	f ber.	f beob.	Δ	$ac(e_0 - a - 2\sqrt{br})$	bt_1	f ber.	f beob.	Δ	
Megohm											
0,070	0,155	0,009	0,164	0,111	-0,053	0,206	0,013	0,219	0,196	-0,023	
0,352	0,143	0,034	0,177	0,153	-0,024	0,192	0,046	0,238	0,233	-0,005	
0,705	0,135	0,057	0,192	0,166	-0,026	0,181	0,079	0,260	0,224	-0,036	
1,48	0,121	0,093	0,214	0,210	-0,004	0,166	0,125	0,291	0,254	-0,037	
2,82	0,105	0,144	0,249	0,207	-0,042	0,144	0,207	0,351	0,315	-0,036	
5,64	0,081	0,200	0,280	0,427	+0,147	0,114	0,304	0,418	0,362	-0,056	

$\delta = 6 \text{ mm. } a = 760 \text{ Volt}$						$\delta = 7 \text{ mm. } a = 890 \text{ Volt}$					
$b = 3,38 \text{ Watt}$						$b = 3,95 \text{ Watt}$					
r	$ac(e_0 - a - 2\sqrt{br})$	bt_1	f ber.	f beob.	Δ	$ac(e_0 - a - 2\sqrt{br})$	bt_1	f ber.	f beob.	Δ	
Megohm											
0,070	0,266	0,017	0,283	0,253	-0,030	0,314	0,018	0,332	0,278	-0,054	
0,352	0,249	0,058	0,307	0,285	-0,022	0,298	0,065	0,363	0,344	-0,019	
0,705	0,235	0,100	0,335	0,392	+0,057	0,282	0,123	0,405	0,421	+0,016	
1,48	0,217	0,168	0,385	0,434	+0,049	0,260	0,210	0,470	0,512	+0,042	
2,82	0,190	0,275	0,465	0,448	-0,017	0,230	0,345	0,575	0,544	-0,031	
5,64	0,153	0,401	0,554	0,445	-0,109	0,186	0,523	0,709	0,623	-0,086	

Tabelle 15.

Funkenenergie nach Heydweiller (in Joule).

 $\delta = 2 \text{ mm. } a = 480 \text{ Volt. } b = 1,11 \text{ Watt.}$

r Megohm	$a c (v_0 - a - 2 \sqrt{br})$	$b t_1$	f ber.	$f^{(1)}$ beob.	d
0,855	0,0355	0,0184	0,054	0,038	-0,016
3,20	0,0250	0,0393	0,064	0,064	\pm
3,90	0,0228	0,0430	0,066	0,071	+0,005
5,47	0,0185	0,0536	0,072	0,076	+0,004
7,40	0,0137	0,0462	0,060	0,052	-0,008
10,10	0,0081	0,0370	0,045	0,044	-0,001
11,90	0,0048	0,0261	0,031	0,043	+0,012

 $\delta = 3 \text{ mm. } a = 550 \text{ Volt. } b = 1,68 \text{ Watt.}$

0,586	0,0584	0,0210	0,079	0,035	-0,044
1,22	0,0526	0,0372	0,090	0,065	-0,025
3,97	0,0374	0,0720	0,109	0,114	+0,005
5,36	0,0319	0,0790	0,111	0,083	-0,028
6,65	0,0273	0,0840	0,111	0,071	-0,040
9,03	0,0160	0,0823	0,098	0,065	-0,033
12,60	0,0107	0,0635	0,074	0,054	-0,020

Im allgemeinen ist bei allen diesen Versuchen der Tab. 13 bis 15 die Übereinstimmung zwischen Beobachtung und Berechnung befriedigend in Anbetracht der Schwierigkeit der Messungen dieser kleinen Energiegrößen, die nach drei verschiedenen Methoden erhalten wurden, und der dadurch bedingten Unsicherheit. Einige größere Abweichungen bei Stuffs Versuchen erklären sich zum Teil daraus, daß die erhaltenen Ausschläge zu klein wurden, um gut meßbar zu sein, zum Teil daraus, daß bei den größten Widerständen die Entladungen nicht immer einfach, sondern infolge starker Rückstandsbildung im Kondensator intermittierend waren, was im geschlossenen Gefäß leichter eintritt als in freier Luft.

Außerdem sieht man, daß Stuffs Messungen, die nach Kaufmanns Methode ausgeführt wurden, überwiegend gegen die Berechnung zu kleine Werte ergaben. Die Meßreihen sind

1) Auch diese Zahlen sind gegen die früheren Angaben wegen des mechanischen Wärmeäquivalentes berichtigt (vgl. p. 683).

noch bis zu ganz kleinen Widerständen ausgedehnt worden, und dabei ergab sich, daß die Abweichungen bei abnehmendem Widerstande stark wachsen, so daß bei geringen Widerständen, ebenso wie bei Kaufmanns Beobachtungen, die gemessene Energiemenge nur einen kleinen Bruchteil (die Hälfte und weniger) der berechneten betragen, und zwar schon bei Widerständen, bei denen Lindemanns und Leppelmanns nach anderen Methoden gewonnenen Werte noch gute Übereinstimmung mit der Rechnung ergeben. Das beweist mit Sicherheit, daß zwar bei den wenig intensiven Entladungen durch große Widerstände die Kaufmannsche Methode nahezu die ganze Funkenenergie ergibt, daß aber bei den sehr starken Entladungen durch kleine Widerstände nur ein Bruchteil der gesamten Funkenenergie an die umgebende Luft als Wärme abgegeben wird (vgl. oben p. 677 f.).

IX. Die Dämpfung in der Funkenstrecke.

Von den im IV. Abschnitt (p. 657 ff.) mitgeteilten Formeln für die Amplituden der aufeinanderfolgenden Spannungs- und Stromamplituden oszillierender Entladungen ist bereits im VI. Abschnitt Gebrauch gemacht worden zur Bestimmung der Funkenkonstanten α .

Wir wollen sie jetzt benutzen, um für Hrn. Zennecks Versuche¹⁾ die gesamte Dämpfung (Widerstands- und Funken-dämpfung) zu berechnen und mit den beobachteten Werten zu vergleichen.

Ich habe die Rechnung für die beiden in den Kurven A_1 und A_2 der Zenneckschen Arbeit dargestellten Beobachtungen durchgeführt und für α/v_0 die p. 679 berechneten Werte benutzt. Tab. 16 enthält die Ergebnisse und zwar die Verhältnisse der zweiten, dritten, vierten etc. Stromamplituden zur ersten unter i_n/i_0 ber., zusammen mit den aus den Kurven durch Ausmessung gewonnenen entsprechenden Werten unter i_n/i_0 beob. Aus der Kurve A_3 , die nur wenige Schwingungen umfaßt, läßt sich der zur Berechnung erforderliche Wert von α/v_0 nicht mit Sicherheit ermitteln. Für die beiden anderen Kurven ist die Übereinstimmung zwischen Beobachtung und

1) J. Zenneck, Ann. d. Phys. 18. p. 822. 1904.

Rechnung, wie man sieht, befriedigend und würde für die zweite Reihe durch etwas andere Wahl von a/v_0 , dessen Bestimmung hier weniger sicher ist als für die andere Reihe, noch verbessert werden können.

Tabelle 16.

Dämpfungsbeobachtungen von Zenneck.

n	Kurve A_1		Kurve A_2	
	i_n/i_0 ber.	i_n/i_0 beob.	i_n/i_0 ber.	i_n/i_0 beob.
2	0,935	0,935	0,892	0,889
3	0,871	0,870	0,791	0,788
4	0,809	0,806	0,693	0,688
5	0,747	0,743	0,599	0,587
6	0,687	0,686	0,509	0,499
7	0,626	0,629	0,423	0,416
8	0,568	0,570	0,339	0,335
9	0,509	0,513	0,261	0,255
10	0,454	0,456		
11	0,397	0,400		
12	0,342	0,344		
13	0,288	0,289		
14	0,235	0,234		

X. Der Leitungswiderstand von Funkenstrecken.

In einem Punkte kann ich mich mit der sonst so trefflichen Arbeit Hrn. J. Kochs nicht einverstanden erklären, in bezug nämlich auf seine Ableitung des Ohmschen Widerstandes der Funken. Zwar gibt Hr. Koch zu, daß bei kleinen Leitungswiderständen im Schließungsbogen der Funkenwiderstand nur eine geringe Größe hat, was ich vor 14 Jahren zuerst behauptete, und was seitdem wohl allgemein angenommen wird, dagegen leitet er für größere Leitungswiderstände im Schließungsbogen ganz unwahrscheinlich hohe Werte des Funkenwiderstandes ab, die z. B.

für $r = 20000$ Ohm zwischen 1300 und 86000 Ohm

„ $r = 900000$ „ „ 73000 „ 1340000 „
liegen sollen.

Aber diese Ableitung hat keine Bedeutung, da sie eine petitio principii enthält und mit seiner eigenen Theorie und

der Erfahrung in Widerspruch steht. Denn wenn Hr. Koch den Funkenwiderstand beim Erlöschen des Funkens nach der Formel $R_k = V_k/i_k$ berechnet, so nimmt er an, daß die Funkenenergie in Joulescher Stromwärme bestehe, während doch die von ihm selbst nachgewiesene Form der Charakteristik des Funkens

$$V = a + \frac{b}{s}$$

zeigt, daß das nicht der Fall ist, sonst müßte hierin noch ein der Stromstärke proportionales Glied auftreten und eine merkliche Größe gegen die beiden anderen besitzen. Es müßte ferner die Joulesche Stromwärme im Funken etwa von derselben Größe sein, wie die im leitenden Teile des Schließungsbogens, während die gesamte Funkenenergie nach allen vorliegenden Messungen nur ein kleiner Bruchteil der letzteren ist.

Ganz unwahrscheinlich ist es auch, daß bei so enormen Änderungen des Widerstandes im Funken, wie Hr. Koch sie annimmt, die Energie verhältnismäßig so geringen Schwankungen unterworfen sein soll, wie die im VIII. Abschnitt angeführten Versuche zeigen. Auch die von Hrn. Leppelmann festgestellte Tatsache, daß bei gleichem Entladungspotential und gleicher Kapazität die Funkenarbeit wenig abhängig ist von der Natur des durchschlagenen Mediums (vgl. p. 675) ist mit einem erheblichen Leitungswiderstand im Funken kaum vereinbar.

XI. Ergebnisse.

1. Die von Hrn. John Koch für kleine Luftstrecken nachgewiesene Übereinstimmung der Charakteristiken für die Funkenentladung und für die Glimmentladung bestätigt sich auch für größere Luftstrecken bis 6 mm und erlaubt es, die bekannte Differentialgleichung für die funkenlose Kondensator-entladung nach G. Kirchhoff und Lord Kelvin durch Zusatzglieder für die Funkenstrecken zu vervollständigen.

2. Unter gewissen für bestimmte Fälle gestatteten Vernachlässigungen gelingt die Integration dieser allgemeineren Differentialgleichung, und es ergeben sich daraus verschiedene Methoden zur Bestimmung der beiden Funkenkonstanten, die zur rechnerischen Ausnutzung der Gleichungen erforderlich sind.

3. Die aus den bisher vorliegenden Beobachtungen berechneten Werte der Funkenkonstanten stimmen ziemlich befriedigend mit den aus der Glimmentladung folgenden überein (vgl. p. 680), solange die Entladung durch Leitungswiderstände nicht unter 5—10 Ohm erfolgt; die Verhältnisse bei kleineren Widerständen bedürfen noch der Aufklärung. Beide Konstanten sind nahe lineare Funktionen der Funkenlänge.

4. Mit Hilfe der Funkenkonstanten und der bekannten Entladungspotentiale kann man sowohl für die einfachen Entladungen durch große Leitungswiderstände im Schließungsbogen, wie für die oszillierenden durch kleine den zeitlichen Strom- und Spannungsverlauf, die Funkendauer und die Funkenenergie, sowie bei Oszillationen auch die Dämpfung der Entladung und die Zahl der Partialentladungen für gegebene Kapazität, Selbstinduktion und Widerstand berechnen.

5. Die Prüfung der Theorie an dem ziemlich mannigfaltigen vorliegenden Beobachtungsmaterial ergibt eine durchweg recht befriedigende Übereinstimmung zwischen Beobachtung und Berechnung.

6. Es ist dadurch die rechnerische Behandlung von Stromverteilungsproblemen in Leiternetzen mit eingeschalteten Funkenstrecken angebahnt.

7. Der Ohmsche Leitungswiderstand von mäßig großen Funkenstrecken (bis 7 mm) kann unter allen Umständen nur sehr kleine Werte haben und ist praktisch zu vernachlässigen. Über größere Funkenstrecken liegen noch nicht genügende Erfahrungen vor.

Münster i. W., Physik. Inst. d. Univ., Januar 1906.

(Eingegangen 1. Februar 1906.)

2. *Über das magnetische Verhalten von Eisenpulver verschiedener Dichte;*¹⁾ *von Walter Trenkle.*

Einleitung.

Als Ausgangspunkt für die im Auszug vorliegende Arbeit diente die im Jahre 1874 veröffentlichte Arbeit von R. Börnstein: *Über das Verhältnis des temporären Magnetismus zur magnetisierenden Kraft und seine Beziehungen zur Wechselwirkung der Metallteilchen.*²⁾

Börnsteins Versuche sollten „über die Wechselwirkung der Metallteilchen in Magnetkörpern Aufschluß geben“ und „wurden mit Stäben angestellt, die auf chemischem Wege bereitet, die magnetisierbaren Metalle Eisen, Nickel und Kobalt chemisch rein, teils ohne Zusatz, teils innig gemengt mit Tonerde enthielten“.

Mit Hilfe der bekannten, zuerst von Gauss angegebenen Methode untersuchte Börnstein den Zusammenhang zwischen magnetisierender Kraft und „temporärem Magnetismus“ der angegebenen pulverförmigen Substanzen, um daran eine theoretische Diskussion der erhaltenen Resultate zu knüpfen.

Die bei den Untersuchungen Börnsteins und anderer³⁾ zutage getretene Schwierigkeit, daß die Magnetometermethode zur Untersuchung des Einflusses der Dichte auf den Verlauf der Magnetisierung in ihrem *ganzen* Umfang nicht ausreicht, gab mir Anlaß, mich vorerst durch die Ausführung eigener Versuche mit der Magnometermethode von der prinzipiellen Schwierigkeit zu überzeugen, auf diesem Wege ein Maximum der Magnetisierung bei pulverförmigem Eisen zu erreichen.

1) Auszug aus einer Erlanger Inaug.-Diss. vom 16. Dezember 1904.

2) R. Börnstein, Ber. d. math.-phys. Kl. d. k. sächs. Ges. d. Wiss. vom 29. Juni 1874.

3) J. Haubner, Sitzungsber. d. Wiener Akad. 1881. 83. p. 1167; A. v. Waltenhofen, Wied. Ann. 7. p. 415. 1879.

I. Teil.

1. Anordnung der Versuche mit dem Magnetometer.

Die Versuchsanordnung, die ich hierbei benutzte, war die folgende:

Die Mitte zwischen den Polen des Glockenmagneten eines als Magnetometer dienenden Wiedemannschen Galvanometers lag in einer horizontalen Geraden mit der Achse einer Magnetisierungsspirale von 35 cm Länge so, daß die definierte Gerade senkrecht zum magnetischen Meridian lag. Die Magnetisierungsspirale besaß 1174 Windungen isolierten Kupferdrahtes in sechs Lagen bei einem mittleren Durchmesser von 3 cm. Der Mittelpunkt der zur Untersuchung gelangenden zylindrischen Stäbe aus magnetisierbarem Material und zugleich der Mittelpunkt der sie umschließenden Magnetisierungsspirale war je nach der benötigten Empfindlichkeit der Anordnung verschieden weit entfernt vom Mittelpunkt des Glockenmagneten.

Der von der Magnetisierungsspirale herrührende Teil der Ablenkung wurde kompensiert durch eine zweite Spirale mit 575 Windungen isolierten Kupferdrahtes. Dieselbe war ebenfalls axial senkrecht zum magnetischen Meridian auf entgegengesetzter Seite des Magnetometers orientiert und war in einen Stromkreis geschaltet mit der Magnetisierungsspirale.

Den magnetisierenden Strom lieferte die 110 Voltanlage des hiesigen physikalischen Institutes unter Benutzung eines Vorschaltwiderstandes von 1—18 Glühlampen in Parallelschaltung, wobei jede Lampe ca. 0,5 Amp. durchließ.

In der beschriebenen Weise unternahm ich nun zunächst eine Reihe von Vorversuchen mit festem, stabförmigem Material aus weichem Eisen, Gußeisen und Stahl. Die Entfernung des Stabmittelpunktes vom Mittelpunkt des Glockenmagneten betrug bei diesen Versuchen 150 cm.

Bezüglich der Resultate dieser einleitenden Versuche mit massivem Material bemerke ich nur, daß ich bei allen hierbei in Frage kommenden Messungen mit der Magnetometermethode eine Annäherung an ein Maximum der Magnetisierung zu erreichen vermochte. Das Maximum der hierbei angewandten Stromstärke betrug 6 Amp.

2. Herstellung der Stäbe aus Eisenpulver.

Nach Erledigung der Versuche mit festem Eisen bez. Stahl, ging ich an die Untersuchung der magnetischen Eigenschaften des pulverförmigen Eisens bez. der Gemische von Eisenpulver mit Tonerde als unmagnetisierbarer Substanz. Bei der Herstellung des Eisenpulvers bez. der Gemische schlug ich zuerst den von Börnstein angegebenen Weg des chemischen Verfahrens ein.

Dabei zeigte sich nun die Tatsache, daß selbst geringe Mengen der Eisen- und Aluminiumhydroxydgemische trotz eines mehrstündigen Reduktionsprozesses im chemischen Verbrennungsofen bei mindestens 1000°C . und trotz der Anwendung eines ziemlich kräftigen elektrolytischen Wasserstoffstromes sich *nicht* vollkommen reduzieren ließen. Die rote Farbe des Eisenoxys war wohl vollkommen verschwunden, und die Wasserstoffabsorption hatte ebenfalls vollkommen aufgehört, allein trotzdem erwies sich das erhaltene schwarze Pulver bei der magnetometrischen Prüfung nur als sehr schwach magnetisierbar, während gleich konzentrierte *mechanische* Mischungen aus Eisenpulver und Tonerde unter gleichen Umständen der Anordnung sehr gut meßbare Magnetisierungen ergaben.

Dadurch wäre aber gerade der Vorteil illusorisch gemacht, den das chemische Verfahren bei der Herstellung der Mischungen bieten soll, nämlich die Garantie einer möglichst gleichmäßigen Verteilung der unmagnetisierbaren Beimengungen.

Deshalb sah ich in der Folge von der Anwendung des chemischen Verfahrens ab und begnügte mich damit, durch Fällung des Hydrates aus einer Aluminiumsulfatlösung mittels Ammoniak und nachheriges Ausglühen des Niederschlages nur die Tonerde für sich darzustellen und nachher möglichst sorgfältige Mischungen derselben mit Eisenpulver (*ferrum limatum*) auszuführen, das ich zu diesem Zweck chemisch rein von der Firma E. Merck in Darmstadt bezog.

Das Eisenpulver erwies sich auch nach langem Liegen an der freien Luft bezüglich seines magnetischen Verhaltens bei zeitlich weit auseinander liegenden Messungen *nicht* nachweisbar oxydiert und konnte deshalb in zylindrischen Glasröhren

untersucht werden, ohne daß es notwendig gewesen wäre, die Fällung etwa in einer Wasserstoff- oder Stickstoffatmosphäre vorzunehmen.

Aus solchen Mischungen waren indes nur die Stäbe der im folgenden mit *A* bezeichneten Versuchsreihe hergestellt. Für die Stäbe der Versuchsreihe *B* dagegen stellte ich mir Mischungen des Eisenpulvers mit Kupferbronze her, deren spezifisches Gewicht dem des Eisens bedeutend näher liegt, so daß diese Mischungen jedenfalls so gleichmäßig ausfielen, als es überhaupt bei mechanischer Herstellung möglich ist. Vorher hatte ich mich selbstredend noch magnetometrisch vergewissert, ob nicht einer eventuellen Magnetisierung der Kupferbronze dabei Rechnung zu tragen sei, doch vermochte ich keine Spur einer Magnetisierbarkeit nachzuweisen.

Bei der magnetischen Untersuchung der so hergestellten Stäbe ergab sich, daß der bei reinem Eisenpulver erreichte größte Wert der Magnetisierung nur wenig über dem kleinsten Wert der Magnetisierung des untersuchten Stahles lag. Daraus folgte aber die Notwendigkeit einer bedeutenden Verkürzung des Abstandes der Pulverstäbe vom Magnetometer, um die Empfindlichkeit der Anordnung soweit als möglich zu erhöhen.

Dementsprechend wurde für diese Messungen der Abstand des Mittelpunktes der Stäbe vom magnetischen Mittelpunkt des als „Nadel“ dienenden Glockenmagneten auf 62 cm verringert. Die Länge der Stäbe betrug bei der mit *A* bezeichneten Versuchsreihe 7,5 cm, bei Versuchsreihe *B* 11,5 cm. Mit der Verkürzung des fraglichen Abstandes wuchs natürlich die Schwierigkeit der Kompensierung des von der Magnetisierungsspirale herrührenden magnetischen Einflusses sehr bedeutend, selbst wenn die kompensierende Spirale nur aus einer oder ganz wenigen Windungen bestand.

3. Berechnung der magnetisierenden Felder.

Zur Berechnung der magnetisierenden Felder der Spirale diente die Gleichung

$$H = 0,4 \pi n i,$$

worin die Konstante $0,4 \pi n$ durch die Ampèrewindungszahl der Spirale gegeben war, während die Ablesungen am Präzisions-

ampèremeter unmittelbar die jeweiligen Werte für die magnetisierenden Stromstärken i ergaben.

Eine Feldmessung längs der Spulenachse ergab, daß das Solenoidfeld auch für die Länge der Stäbe B noch homogen war. Dabei befand ich mich in Übereinstimmung mit einer Angabe von H. du Bois¹⁾, der für die Praxis „Spiralen von mindestens der dreifachen Länge des zu magnetisierenden Körpers“ für genügend erachtet mit der Bemerkung: „in dem von dem Körper eingenommenen Raum in der Mitte der Spule ist dann das Feld mit der für die meisten Zwecke genügender Annäherung gleichförmig.“

4. Berechnung der Entmagnetisierung.

Eine weitere prinzipielle Schwierigkeit für die genaue Bestimmung der magnetisierenden Wirkung in der Spirale liegt bei der Anwendung der Magnetometermethode auf die Untersuchung pulverförmigen Eisens darin, daß die Berechnung der von den freien Magnetpolen herrührenden entmagnetisierenden Gegenwirkung nur mit unvollkommener Sicherheit ausgeführt werden kann, sofern man dem Material die in experimenteller Hinsicht so bequeme zylindrische Form gibt.

Wohl hat man es bei der Untersuchung massiven Stabeisens in der Hand, die zylindrische Form der Materialstäbe in ihrem Dimensionsverhältnis der von der Theorie geforderten Ellipsoidgestalt mit beliebiger Genauigkeit zu nähern, indem man den Durchmesser der Stäbe sehr klein wählt gegenüber ihrer Länge. Dabei kann die Stablänge immer noch im richtigen Verhältnis stehen zur Länge der Magnetisierungsspirale, ohne daß diese selbst unförmig lang zu sein braucht. Hingegen bei der Untersuchung pulverförmigen Materials kommt noch der Umstand in Betracht, daß die Gewichtsmenge des Eisens durch die Wahl des Dimensionsverhältnisses nicht über eine bestimmte Grenze hinaus verringert werden darf, weil sonst die Empfindlichkeit der Methode unzureichend wird für die relativ sehr geringen Magnetisierungen, auf die sich das Pulver unter dem Einfluß der Magnetisierungsspirale überhaupt bringen läßt.

1) H. du Bois, Magnetische Kreise, Berlin u. München 1894 p. 41.

Bei der Bestimmung der Entmagnetisierungsfaktoren P der von mir verwendeten Stäbe verfuhr ich nun wie folgt:

Für die Stäbe der Reihe B meiner Versuche mit dem Dimensionsverhältnis $m_B = 11,4 \text{ cm} / 1,12 \text{ cm} = 10,26$ stand mir eine Tabelle von du Bois zur Verfügung, deren Werte graphisch durch Vergleich mit der normalen Magnetisierungskurve eines geschlossenen Toroids bestimmt sind. Die Interpolation aus dieser Tabelle lieferte jedenfalls einen Wert, der mit möglichster Genauigkeit der Wirklichkeit entsprach.

Für die Stäbe der Reihe A mit dem Dimensionsverhältnis $m_A = 7,5 \text{ cm} / 1,12 \text{ cm} = 6,69$ war eine Interpolation aus der Tabelle nicht möglich, weil in derselben die Werte für den zugehörigen Interpolationsbereich fehlten, so daß ich genötigt war, die angenäherte Berechnung für P nach der von Neumann angegebenen Formel¹⁾ auszuführen.

5. Resultate der Messungen mit der Magnetometermethode.

Die Zahlenresultate meiner nach der Magnetometermethode ausgeführten Messungen habe ich tabellarisch im Anhang zusammengestellt.

Die Tabellen der Versuchsreihe A enthalten unter H die magnetisierenden Feldstärken als $H = H' - H_i$, wo $H' = 0,4 \pi n i$ nach der in Absatz 3 gegebenen Definition und $H_i = PJ$ ist. Unter J stehen die magnetischen Momente der *Volumeneinheit*, die Größen H und J sind in absoluten C.G.S.-Einh. ausgedrückt.

Bei Versuchsreihe B habe ich nach Analogie der Börnstenschen Tabellen unter J' die Werte von J auf gleiche Gewichtsmengen Eisen reduziert.

Die graphische Aufzeichnung der Resultate ist in der Weise ausgeführt, daß Fig. 1 die Abhängigkeit der Werte H (Abszissen) und J für einige Stäbe der Versuchsreihe A und Fig. 2 für die entsprechenden Stäbe der Versuchsreihe B darstellt.

Die Betrachtung der mit I. bezeichneten Kurven für reines Eisenpulver in diesen beiden Figuren zeigt trotz der Unsicherheit in der Berechnung der magnetischen Gegenwirkung eine sehr gute Übereinstimmung, während bei den folgenden Kurven

1) F. Neumann, Vorles. üb. Theorie d. Magn. p. 74.

für das verdünnte Pulver ziemlich beträchtliche Unterschiede auftreten. Dieselben dürften indes lediglich beweisen, daß es selbst bei sorgfältigster Herstellung der Mischungen kaum möglich ist, für zwei Stäbe von ein und derselben Konzentration der Mischung ein absolut gleichmäßiges Gefüge zu erhalten.

Die Gestalt und die Aufeinanderfolge sämtlicher Kurven — auch der in den beigegebenen Figuren nicht wiedergegebenen —

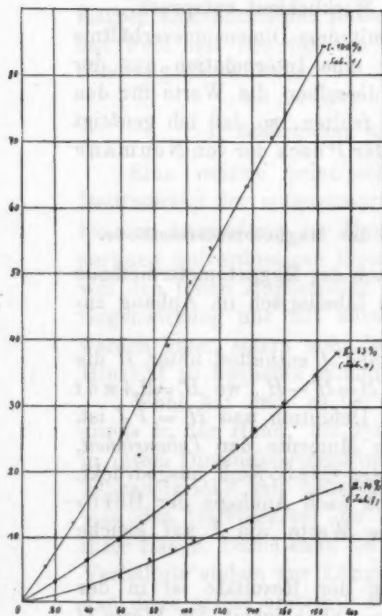


Fig. 1.

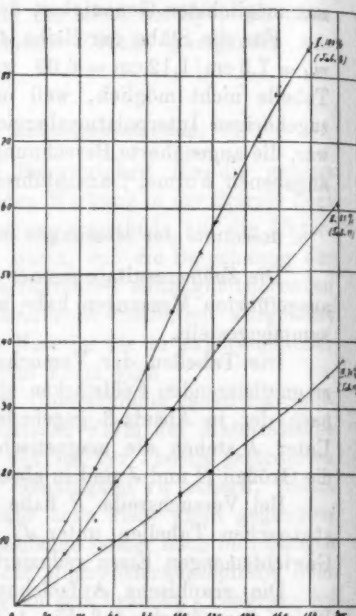


Fig. 2.

weist als Ergebnis die Tatsache nach, daß die Magnetisierung des Eisenpulvers, d. h. das magnetische Moment der Volumeneinheit, bei gleicher magnetisierenden Feldstärke mit abnehmender Dichte abnimmt. Diese Abnahme zeigt sich auch dann noch, wenn die Magnetisierungswerte nachträglich auf gleiche Gewichtsmengen Eisen bezogen werden.

Dieses Resultat steht in vollkommener Übereinstimmung

mit der schon früher von Waltenhofen gemachten Wahrnehmung, daß die magnetischen Momente gleich schwerer Proben von lockerem Eisenpulver und von solchem, welches durch Zusammenklopfen verdichtet war, unter sonst gleichen Umständen für die ersteren kleiner ausfielen als für die letzteren.

Bezüglich der theoretischen Deutung des Resultates begnüge ich mich mit einem Hinweis auf die entsprechenden Ausführungen in der zitierten Arbeit Waltenhofens.

Auch das Ergebnis einer Reduktion der Börnstainschen Zahlen auf die Volumeinheit steht vollkommen im Einklang mit den von Waltenhofen und mir erhaltenen Resultaten.

Es ist somit durch die nachträgliche Reduktion der von Börnstein erhaltenen Zahlen, ferner durch die oben mitgeteilte Wahrnehmung Waltenhofens und zuletzt auch durch das in den Tabb. 1—14 niedergelegte Ergebnis meiner eigenen, zunächst mit der Magnetometermethode angestellten Messungen erwiesen:

1. Das magnetische Moment der Volumeinheit (J) sinkt bei gleicher magnetisierender Kraft (H) mit abnehmender Dichte;
2. infolgedessen ist es für den Verlauf der Magnetisierung nicht gleichgültig, ob man die in der Richtung der magnetisierenden Kraft liegende Dimension auf Kosten der anderen Dimensionen vergrößert, oder ob man die kleinsten Teilchen des Magneten durch Verdünnung seiner Eisenmasse voneinander entfernt.

Dementsprechend betrachtete ich es im folgenden als meine Aufgabe, womöglich nun durch Versuche direkt festzustellen, in welcher Weise sich die unter 2 genannten und von B. zuerst verglichenen Formänderungen bezüglich ihres Einflusses auf den Verlauf der Magnetisierung unterscheiden.

II. Teil.

6. Versuche mit der Jochmethode.

Tatsächlich¹⁾ macht sich der Einfluß des Dimensionsverhältnisses auf den Verlauf der Magnetisierung in der Weise geltend, daß durch eine Vergrößerung des Verhältnisses

$\frac{\text{Länge}}{\text{Durchmesser}}$ eine Verschiebung nach rechts der erhaltenen Magneti-

1) Eingehendes über die Theorie vgl. H. du Bois, Magnetische Kreise. 2. Kap. p. 25 ff. Berlin und München 1894.

sierungskurven hervorgerufen wird, während der Sättigungswert (Maximalwert der Ordinaten J) vollständig unbeeinflusst bleibt, so daß die für Stäbe gleicher Dichte, aber verschiedenen Dimensionsverhältnisses erhaltenen Kurven alle in einem zur H -Achse parallelen Zuge zusammenlaufen. Dasselbe müßte für Stäbe gleichen Dimensionsverhältnisses, aber verschiedener Dichte der Fall sein, wenn beide Veränderungen den gleichen magnetischen Einfluß hätten. Gelang es also, auf irgend einem einwandfreien Wege den Verlauf der Magnetisierung bis nahe zur Sättigungsgrenze zu verfolgen, so war der Entscheid von selbst gegeben.

Jedoch gerade hier lag die bereits im einleitenden Abschnitt angedeutete große Schwierigkeit, daß die Magnetometermethode vollkommen versagt, wenn es sich darum handelt, die Magnetisierung des Eisenpulvers ihrem Sättigungswerte nahe zu führen. Selbst Magnetisierungsspiralen von sehr großer Ampèrewindungszahl reichen nämlich bei weitem nicht hin, um die für die magnetische Sättigung des Eisenpulvers nötigen magnetisierenden Felder zu erzeugen.¹⁾

Als Maximum der Stromstärke konnte ich bei meiner Spirale mit 33,5 Windungen pro Zentimeterlängeneinheit im höchsten Falle 6 Amp. anwenden. Wie weit ich dabei von einem Maximum der Magnetisierung entfernt geblieben bin, zeigt der Anblick der in den Figg. 1 und 2 beigegebenen Kurven.

Auf diesem Wege war also an eine Erreichung des Zieles nicht zu denken.

In Ausführung eines Vorschlages von Hrn. Prof. E. Wiedemann ging ich infolgedessen daran, eine der neueren ballistischen Methoden, speziell die Jochmethode, trotz voraussichtlicher Bedenken und Schwierigkeiten, auf eine Verwendbarkeit für meine Zwecke zu erproben.

Zur Verfügung stand mir ein ungefähr nach den Angaben der physikalisch-technischen Reichsanstalt gebautes magnetisches Schlußjoch.

1) Vgl. auch die auf die Untersuchung massiven Eisens bezüglichen Angaben über die Leistungsfähigkeit von Stromspiralen bei J. A. Ewing, *Magnetische Induktion in Eisen und verwandten Metallen*. § 91. p. 130. Berlin und München 1892.

Das zu untersuchende Pulver füllte ich, wie früher, wieder in Glasröhren, deren äußerer Durchmesser möglichst genau der Weite der Backenbohrung des Jochs und des inneren Hohlraumes der Sekundärspule entsprach, so daß sie nach dem Durchschieben straff an diesen anlagen.

Den magnetisierenden Strom lieferte wieder die elektrische Anlage des physikalischen Instituts, deren Pole ich unter Vorschaltung des bereits erwähnten Parallelglühlampenwiderstandes an die Klemmen der Primärspule legte, so daß ich die magnetisierende Wirkung derselben in bestimmten Abstufungen steigern konnte, deren Größe ich ablesen konnte.

Als ballistisches Galvanometer diente mir ein du Bois-Rubenssches Instrument mit zwei leichten Magnetsystemen und von ziemlich hoher Empfindlichkeit. Um die Schwingungsdauer für meine Zwecke möglichst groß zu machen, hatte ich die Magnetsysteme ziemlich stark astasiert. Dies hatte allerdings die unangenehme Folge, daß sich die Beeinflussung des Galvanometers durch das Feld der Primärspule des Jochs bei dessen Erregung nur mit vieler Mühe durch die Wahl einer großen Entfernung zwischen Joch und Galvanometer beseitigen ließ.

Zur Berechnung diente die Gleichung

$$Q.w = \int E dt = q \mathfrak{B} n.$$

Dabei bedeutet Q die Elektrizitätsmenge des Induktionsstoßes, w den Gesamtwiderstand des Sekundärkreises, q den Querschnitt der Sekundärspule, n die Windungszahl derselben und \mathfrak{B} die jeweilig erreichte magnetische Induktion.

Die Werte für H konnte ich hier nach dem Muster der von A. Ebeling und Erich Schmidt¹⁾ in der physikalisch-technischen Reichsanstalt für massives Stabeisen nach der Jochmethode ausgeführten Messungen aus der bereits in Abs. 3 angegebenen Gleichung

$$H = 0,4 \pi n' i \frac{a}{\sqrt{a^2 + 4 e^2}}$$

berechnen.

1) Vgl. z. B. E. Schmidt, Die magnetische Untersuchung d. Eisens und verwandter Metalle. Halle a/S. 1900. p. 48.

Bezüglich der Resultate der hiermit kurz beschriebenen Versuche mit dem Joch kann ich mich auf die Angabe beschränken, daß diese Versuche es zwar ermöglichten, bedeutend höhere Werte der Magnetisierung zu erreichen, als die Versuche mit der Magnetometermethode ergaben, allein es war noch immer keine Andeutung von einer Annäherung an ein Maximum aus dem Charakter der graphischen Aufzeichnung des Resultates zu entnehmen.

7. Abänderung der Ringmethode.

Zum Ziele führte schließlich ein Verfahren, das im wesentlichen identisch ist mit der bereits im Jahre 1887 von J. A. Ewing und W. Low¹⁾ eingeführten „Isthmismethode“, und aus den von Ewing gemachten Angaben²⁾ geht hervor, daß sich die Idee dieser Methode ebenfalls aus der Erkenntnis der Unmöglichkeit ableitete, mit Hilfe der Felder einer Stromspule Sättigungswerte der Magnetisierung — und zwar für massives Stabeisen — zu erreichen. Dementsprechend wurde die Methode von den genannten Autoren mit großer Vollkommenheit für die Untersuchung massiven Metalls hinsichtlich des Maximums seiner Magnetisierung ausgestaltet.

So war zu erwarten, daß ein ähnliches Verfahren auch in meinem Falle zum Ziele führen und Aufschluß über die Sättigungsverhältnisse des pulverförmigen Eisens geben würde. Bei den ersten Versuchen verfuhr ich nun wie folgt.

Auf zwei kurze Glasröhrchen von 1,4 cm Durchmesser und 4,2 cm Länge wickelte ich mir je eine kleine Spule aus 0,4 mm dickem, umsponnenem Kupferdraht mit 92 Windungen. Die Stirnflächen des einen Glasröhrchens schloß ich durch zwei sehr dünne Glasplatten (von 3 cm²) ab. Dieselben wurden mit Klebwachs leicht verkittet, und die Enden der aufgewickelten kleinen Probespule unter Vermittelung zweier Drahtstücke mit zwei Klemmschrauben verlötet. Bei dem anderen Glasröhrchen mit der aufgewickelten Probespule verschloß ich zunächst nur

1) J. A. Ewing u. W. Low, Proc. Roy. Soc. März 1887; Phil. Trans. p. 221. 1889 A.

2) J. A. Ewing, Magnetische Induktion in Eisen und verwandten Metallen. Deutsche Ausgabe von L. Holborn und St. Lindeck. Berlin und München 1892.

die eine Öffnung mit einer kleinen Glasplatte von den beschriebenen Dimensionen; die andere blieb offen, um eine Füllung des Röhrchens mit Eisenpulver ausführen zu können. Erst nachdem dies geschehen war, wurde die andere Öffnung in gleicher Weise abgeschlossen. Auch hier wurden die Enden der kleinen Probespule mit zwei Klemmschrauben verlötet.

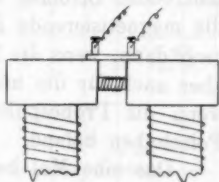


Fig. 3.

Die so entstandenen Spulen wurden nun auf kleinen Brettchen montiert und konnten mit ihrer Hilfe so zwischen die Polschuhe eines großen Elektromagneten eingefügt werden, daß die Achse der Spulen parallel lag mit der Feldrichtung des erregten Elektromagneten, bez. die Windungsfläche derselben senkrecht zu dieser Richtung stand. Die beigegebene Skizze möge dies veranschaulichen.

Das Feld zwischen den Polschuhen erwies sich bei einer mittels Probespule an verschiedenen Stellen vorgenommenen Prüfung als nahezu gleichförmig, und so waren alle Bedingungen für die Ausführbarkeit einer ballistischen Messung der Größen H und J erfüllt.

Eine Fehlerquelle, die das Ewing-Lowsche Verfahren für die Untersuchung massiven Metalls eliminiert, konnte ich allerdings bei meinen zylindrischen Pulverstäbchen nicht vermeiden.¹⁾

Da es nämlich mit erheblichen Schwierigkeiten verbunden gewesen wäre, auch das zu untersuchende Eisenpulver in die von Ewing beschriebene Form zu bringen oder die Polschuhe des mir zur Verfügung stehenden Elektromagneten zweckentsprechender umzugestalten, so behielt ich meine Anordnung bei.

Die Ausführung der Versuche geschah nun in folgender Weise. Die Enden der kleinen Probespulen wurden durch Vermittelung der aufgesetzten Klemmschrauben unter Vorlegung eines Widerstandes von 2000 Ohm mit einem Deprezgalvanometer von 530 Ohm innerem Widerstand verbunden.

Bei gleicher Stromstärke brauchte ich nun nur unmittelbar

1) Vgl. Ewing, „Magnetische Induktion“ p. 131.

nacheinander zuerst die leere Probespule einzusetzen und dann die mit Eisenpulver gefüllte. Das Mittel aus den (wegen der Remanenz der Polschuhe) um einen sehr geringen Betrag verschiedenen Ausschläge beim Schließen und Öffnen des magnetisierenden Stromes nahm ich dann als ein Maß einmal für die magnetisierende Feldstärke zwischen den Polschuhen, und zwar dann, wenn die leere Probespule eingesetzt war; zweitens aber auch für die magnetische Induktion in dem Eisenpulver, wenn die Probespule mit dem letzteren sich zwischen den Polschuhen befand.

Das eine Mal berechnete sich H aus der Gleichung

$$H = \frac{Q_1 \cdot w}{q \cdot n},$$

und das andere Mal

$$\mathfrak{B} = 4\pi J + H = \frac{Q_2 \cdot w}{q \cdot n};$$

hieraus berechnete sich J als

$$J = \frac{\mathfrak{B} - H}{4\pi}.$$

In diesen Gleichungen behalten sämtliche Größen die früher angegebene Bedeutung.

8. Resultate der Messungen mit dem Elektromagneten.

Überraschend war nun der Umstand, daß das Resultat der ersten Versuche mit dem Elektromagneten zwar schon ein deutliches Zustreben auf ein Maximum der Magnetisierung des Eisenpulvers erkennen ließ, allein zur Erreichung einer vollkommenen Sättigung genügte offenbar auch die bisher angewandte größte magnetisierende Kraft noch immer nicht, trotzdem sie beiläufig zehnmal so groß war als die mit der Stromspirale bei der Magnetometermethode erreichten stärksten Felder. Da ich den Elektromagneten jedoch bereits bis zu seiner Höchstleistung beansprucht hatte, so blieben nur mehr zwei letzte Hilfsmittel übrig, um eine weitere Steigerung der magnetisierenden Felder zu erzielen.

Fürs erste nämlich zeigt ein Vergleich der mit der Magnetometermethode erhaltenen Kurve in Figg. 1 und 2 mit den Kurven I—III in Fig. 4, daß die letzteren gegenüber den

ersteren beträchtlich von links nach rechts verschoben sind. Da die in der kleinen Probespule eingeschlossenen und zwischen den Polschuhen des Elektromagneten eingeklemmten Stäbchen aus Eisenpulver ein viel kleineres Dimensionsverhältnis l/d besaßen als die bei den Versuchen mit dem Magnetometer verwendeten Stäbe, so war dies leicht erklärlich. Die Verschiebung der Kurven bewies eben, daß der magnetische Widerstand der das Pulver von der unmittelbaren Berührung mit den Polschuhen abschließenden dünnen Glasplatten noch groß genug war, um die entmagnetisierende Gegenwirkung der durch die Induktion entstehenden Stabpole noch kräftig zur Geltung zu bringen.

Da nun die mit der Magnetometermethode erhaltenen Kurven infolge der bei der Berechnung in Abzug gebrachten Entmagnetisierung in erster Annäherung den untersten, allerdings nur sehr geringen Teil der Normalkurve für das Eisenpulver darstellen, so mußte es durch eine Verminderung des magnetischen Übergangswiderstandes zwischen Pulverstäbchen und Polschuhen erreichbar sein, die Felder des Elektromagneten für die Magnetisierung noch besser auszunutzen und dadurch die resultierende Kurve rückverschiebend der Normalkurve zu nähern.

Tatsächlich hatte ich, wie die in Fig. 4 noch aufgezeichnete Kurve IV zeigt, den gewünschten Erfolg dadurch erreicht, daß ich die Glasplatten der das reine Eisenpulver enthaltenden

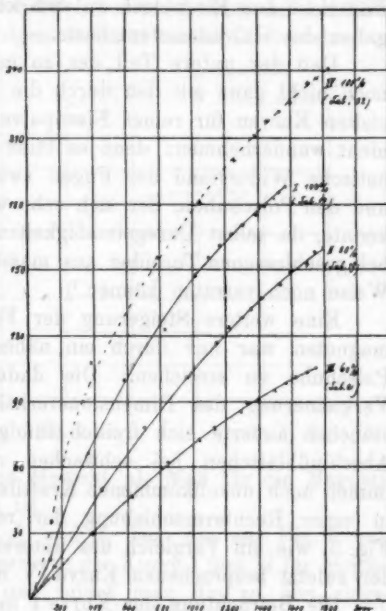


Fig. 4.

Probepule durch ganz dünne Blättchen aus Eisenblech ersetzt. Selbstredend hatte ich mich vorher durch Kontrollversuche davon überzeugt, daß die Ersetzung der Glasplatten durch die Blättchen aus Eisenblech an sich keinen Einfluß auf die Angaben des Galvanometers hatte.

Daß der untere Teil der so erhaltenen Kurve trotzdem noch nicht ganz mit den durch die Magnetometermethode erzielten Kurven für reines Eisenpulver einstimmt, kann weiter nicht wundernehmen; denn es blieb ja immer noch der magnetische Widerstand der Fugen zwischen den Eisenblättchen und den Polschuhen, der sich sehr wohl noch geltend machen konnte, da selbst Unregelmäßigkeiten wie Risse oder Sprünge bei geschlossenen Toroiden aus massivem Eisen sich auf diese Weise noch verraten können.¹⁾

Eine weitere Steigerung der Feldintensität des Elektromagneten war nur durch ein näheres Zusammenrücken der Polschuhe zu erreichen. Die dadurch bedingte abermalige Verkleinerung des Dimensionsverhältnisses l/d der Pulverstäbchen äußerte sich freilich infolge des trotz der eisernen Abschlußblättchen bei schwachen magnetisierenden Feldern immer noch unvollkommenen Kraftlinienschlusses sofort wieder in einer Rechtsverschiebung der resultierenden Kurve I in Fig. 5, wie ein Vergleich des unteren Teiles dieser Kurve mit der zuletzt besprochenen Kurve IV in Fig. 4 zeigt.

Die Betrachtung der Kurve I in Fig. 5 zeigt nun, daß es jetzt vollkommen gelungen war, den Verlauf der Magnetisierung für das reine Eisenpulver bis zu seiner Sättigung zu verfolgen. Der Sättigungswert der Magnetisierung J betrug etwas weniger als 300 C.G.S.-Einh.

Der folgende analoge Versuch mit einer Pulvermischung aus 60 Proz. Eisen und 40 Proz. Kupferbronze ergab als Resultat die Kurve II in Fig. 5. Sie zeigt den Sättigungswert 190, und somit war der Beweis erbracht, daß

1. bei gleicher magnetisierender Kraft die Magnetisierung des reinen Eisenpulvers stets größer ist als die der weniger dichten Masse, und daß dementsprechend

1) Vgl. H. du Bois, *Magnetische Kreise*, § 16. p. 25. Berlin u. München 1894.

2. der Sättigungswert des reinen Eisens höher liegt als der Sättigungswert des durch Beimengung unmagnetisierbaren Pulvers verdünnten.

Dabei ist jedoch ausdrücklich hervorzuheben, daß bei Aufstellung dieser und der folgenden Sätze zunächst stets das auf

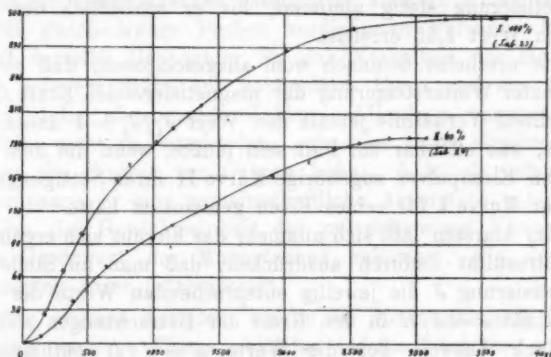


Fig. 5.

die Volumeinheit bezogene Moment als Maß für die Magnetisierung (J) zu betrachten ist.

Bezeichnen nämlich J_1 und J_2 bez. die aus Fig. 5 entnommenen Magnetisierungswerte der Kurve I und II für gleiche magnetisierende Kräfte, und bildet man die zu den eingeschriebenen Abszissenwerten gehörigen Quotienten J_1/J_2 , so ergeben sich die Zahlen der folgenden Tabelle.

H	$\frac{J_1}{J_2}$	H	$\frac{J_1}{J_2}$	H	$\frac{J_1}{J_2}$
200	2,46	1200	1,81	2200	1,59
300	2,30	1300	1,77	2300	1,57
400	2,22	1400	1,76	2400	1,56
500	2,15	1500	1,74	2500	1,55
600	2,14	1600	1,714	2600	1,55
700	2,10	1700	1,710	2700	1,55
800	2,01	1800	1,67	2800	1,55
900	1,98	1900	1,66	2900	1,55
1000	1,91	2000	1,64	3000	1,55
1100	1,85	2100	1,61	3100	1,55

Für $H < 200$ habe ich den Quotienten J_1/J_2 deshalb nicht mehr gebildet, weil derselbe infolge der relativ kleinen Werte von J_1 und J_2 in diesem untersten Intervall jedenfalls nicht mehr als genau hätte betrachtet werden dürfen. Indes zeigt die Tabelle deutlich, daß der Quotient J_1/J_2 mit steigender Magnetisierung stetig abnimmt, bis er schließlich den konstanten Wert 1,55 erreicht.

Es erscheint demnach wohl ausgeschlossen, daß bei unbegrenzter Weitersteigerung der magnetisierenden Kraft H das betrachtete Verhältnis jemals den Wert $J_1/J_2 = 1$ annehmen könnte, was offenbar der Fall sein müßte, wenn die dem verdünnten Eisenpulver zugehörige Kurve II ihren Sättigungswert mit der Kurve I für reines Eisen gemeinsam hätte.

Am klarsten läßt sich nunmehr das hieraus sich ergebende Gesamtergebnis dadurch ausdrücken, daß man an Stelle der Magnetisierung J die jeweilig entsprechenden Werte der Suszeptibilität $\kappa = J/H$ in den Kreis der Betrachtungen zieht.

Nach Ausweis der die Werte $\kappa = J/H$ enthaltenden letzten Rubrik der Tabellen 17–23 ergibt sich nämlich in Übereinstimmung mit den bisherigen Ausführungen, daß die *Suszeptibilität des Eisenpulvers mit zunehmender Verdünnung stets abnimmt*. Gerade im entgegengesetzten Sinne wirkt aber eine Vergrößerung des Dimensionsverhältnisses l/d der zu untersuchten Stäbe, wenn man die Dichte des Pulvers unverändert läßt, da man in diesem Falle stets eine Erhöhung der Suszeptibilität erhält. Im Zusammenhalt mit dem oben abgeleiteten Ergebnis, daß eine Veränderung der Dichte unzweifelhaft immer eine Verschiebung des Sättigungswertes der Größe J bewirkt, muß weiter gefolgert werden, daß *beide Veränderungen, nämlich Änderung der Dichte und Änderung des Dimensionsverhältnisses l/d , hinsichtlich ihres Einflusses auf den Verlauf der Magnetisierung wesentlich verschieden und überhaupt nicht miteinander vergleichbar sind, sofern, um es noch einmal zu betonen, das auf die Volumeinheit bezogene Moment als Maß für die Magnetisierung betrachtet wird*. Denn eine Änderung des Dimensionsverhältnisses verschiebt niemals den in Einheiten dieses Maßes ausgedrückten Sättigungswert. Ob dieser Satz auch bei Vergleichung der auf die Gewichtseinheit bezogenen Momente allgemeine Gültigkeit behält, vermochte ich durch

die Reduktion meiner Zahlen nicht zu entscheiden, da die in diesem Falle berechneten sehr kleinen Unterschiede der Sättigungswerte innerhalb der anzunehmenden Fehlergrenzen lagen.

Doch ist als feststehend hervorzuheben, daß Waltenhofen für lockerliegendes Eisenpulver kleinere Momente fand als für gleichschwere Proben verdichteten Pulvers. Ferner erhielt derselbe Beobachter für das Verhältnis der Momente *gleich schwerer* Stäbe aus kohärentem Eisen und aus Eisenpulver stetig abnehmende Zahlen. Allerdings vermochte er ebenfalls nicht zu entscheiden, „ob diese stetig abnehmenden Zahlen die Einheit zur Grenze haben, d. h. ob jedem der Kurvenpaare je eine gemeinschaftliche Asymptote entspricht, ob also der Gewichtseinheit des pulverförmigen Eisens derselbe Grenzwert des Magnetismus zukommt, wie der des kohärenten Eisen (Stabeisens)“.

Die neueren Arbeiten, welche für die magnetische Untersuchung massiven Eisens *nicht* das auf die Gewichts-, sondern das auf die *Volumeinheit* bezogene Moment als Vergleichsgrundlage benutzen, liefern im Vergleich mit den auf derselben Grundlage von mir abgeleiteten Sätzen über das magnetische Verhalten von Eisenpulver eine mit der obigen vollkommen übereinstimmende Abstufungsreihe für die Sättigungsunterschiede von massivem Eisen als oberstem und verdünntem Eisenpulver als unterstem Dichtegrad. Dies spricht vielleicht dafür, daß die Vergleichung der Momente *gleicher Gewichtsmengen* auch bezüglich der Sättigungsverhältnisse zu denselben Ergebnissen geführt haben würde.

Die in der bereits mehrfach zitierten Monographie von Ewing gemachten Angaben über die in C.G.S.-Einh. ausgedrückten und auf die *Volumeinheit* bezogenen Sättigungswerte von Gußeisen, Schmiedeeisen und Stahl¹⁾ führen nämlich in Vereinigung mit meinen in derselben Maßeinheit ermittelten Sättigungswerten für verschieden dichtes Eisenpulver zu der folgenden Übersicht.

1) Vgl. Ewing, Magn. Ind. etc., 7. Kap., p. 123 ff.

Material	Ungefäher Sättigungswert	Notwendige magnetische Kraft	Bemerkungen
Schmiedeeisen	1700	2000	Mittelwerte für drei verschiedene Sorten
Stahl	1590	18180	Mittelwerte für sieben verschiedene Sorten
Gußeisen	1240	4000	
Reines Eisenpulver . . . (leicht zusammengepreßt)	296	3660	
Eisenpulver, verdünnt mit 40 Proz. Kupferbronze (leicht zusammengepreßt)	190	3070	

Die durch das magnetische *Moment der Volumeinheit* gemessenen Sättigungswerte des Eisenpulvers sind also bedeutend kleiner als diejenigen des massiven Eisens und, wenn man das massive Eisen lediglich durch seinen höheren Dichtegrad von dem Eisenpulver unterscheidet, so führt dies zu dem *allgemeinen Satz*:

Der magnetische Sättigungswert des Eisens sinkt mit abnehmender Dichte desselben.

Ob sich allerdings auch für die verschiedenen Darstellungsformen des massiven Eisens als Schmiedeeisen, Stahl und Gußeisen ein vollkommener Parallelismus zwischen ihren Dichteunterschieden und den Unterschieden ihrer magnetischen Sättigungswerte nachweisen läßt, vermag ich nicht zu entscheiden. *Immerhin ist es bemerkenswert, daß dem Gußeisen, welches durchschnittlich eine geringere Dichte besitzt als Schmiedeeisen und Stahl, auch ein wesentlich geringerer magnetischer Sättigungswert zukommt als diesen beiden letzteren, für welche sowohl die Unterschiede der Dichte als auch diejenigen der magnetischen Sättigungswerte relativ gering sind.* Doch haben auf die Magnetisierungs- und Sättigungsverhältnisse des massiven Eisens außer der Dichte bekanntlich noch zahlreiche andere, zum Teil verwickelte Ursachen Einfluß. Merkwürdigerweise besitzt z. B. nach Ewing Bessemerstahl mit etwa 4 Proz. Kohlenstoff einen beträchtlich *höheren* magnetischen Sättigungswert als andere Stahlsorten mit viel *geringerem* Kohlenstoffgehalt.

Was schließlich die zur Erreichung der Sättigungswerte aufzuwendenden magnetisierenden Kräfte anlangt, so bestätigt sich die diesbezügliche Annahme Börnsteins.

9. Übersicht der Resultate.

Die überall steil ansteigenden Kurvenzüge, welche die Beobachtungen mit der Magnetometermethode ergaben, bestätigen die von Börnstein wahrgenommene Schwierigkeit, mit Hilfe dieser Methode unmittelbare Aufschlüsse über die Sättigungsverhältnisse des pulverförmigen Eisens zu erhalten.

Nachdem es durch Anwendung der modifizierten Jochmethode möglich geworden war, den Verlauf der Magnetisierung in seinem vollen Umfang festzulegen, ergaben sich die folgenden Resultate.

1. Bei gleicher magnetisierender Kraft ist die Magnetisierung und die Suszeptibilität reinen Eisenpulvers stets größer als diejenige einer Mischung von Eisenpulver mit unmagnetisierbarer Substanz. Dementsprechend liegt der magnetische Sättigungswert reinen Eisenpulvers stets höher als der Sättigungswert des verdünnten.

Unterscheidet man das massive Stabeisen von dem pulverförmigen Eisen lediglich durch den Dichtegrad, so lassen sich diese Sätze unter Beachtung der im vorigen Absatz gemachten Einschränkungen verallgemeinern, d. h.

2. Die Magnetisierung des Eisens sinkt *cet. par.* mit seiner Dichte, und

3. Der magnetische Sättigungswert des Eisens ist dementsprechend um so kleiner, je geringer seine Dichte ist.

4. Die zur Erreichung des magnetischen Sättigungswertes nötige magnetisierende Kraft ist für reines Eisenpulver größer als für verdünntes. (Eine Verallgemeinerung auf die für massives Eisen geltenden Verhältnisse läßt dieser Satz nicht zu.)

5. Änderungen in der Dichte des zu untersuchenden Eisensmaterials sind bezüglich ihres Einflusses auf den Verlauf der Magnetisierung wesentlich verschieden und deshalb auch nicht vergleichbar mit Änderungen des Dimensionsverhältnisses der zylindrischen oder ellipsoidischen Form, in welcher das Material untersucht wird.

Anhang.

Versuchsreihe A.

Tabelle 1.
(100 Proz. Eisen.)

H	J
12,61	5,43
31,12	11,96
45,78	17,56
59,37	25,11
75,67	32,63
87,85	39,16
100,87	48,93
117,69	54,38
137,45	63,07
153,42	70,68
173,61	78,28
181,58	84,79

Tabelle 4.
(85 Proz. Eisen.)

H	J
19,79	3,23
39,58	6,54
57,26	9,78
73,26	11,96
88,83	15,22
102,7	17,55
116,2	20,67
129,7	23,91
141,0	27,19
158,7	30,46
178,1	34,80
193,6	38,07

Tabelle 7.
(70 Proz. Eisen.)

H	J
41,31	2,14
59,58	3,88
77,51	6,54
93,95	7,61
110,0	9,78
124,3	10,84
140,7	11,96
152,5	14,14
172,7	16,31
195,4	17,55

Versuchsreihe B.

Tabelle 8.
(100 Proz. Eisen.)

H	J
31,06	12,76
48,25	21,28
63,64	28,37
80,98	36,17
96,1	44,67
109,3	51,76
121,8	58,13
133,9	65,21
147,6	70,81
158,8	77,23
178,5	84,29
187,3	92,05

Tabelle 11.
(85 Proz. Eisen.)

H	J	J'
29,87	8,36	10,27
50,02	12,77	15,70
63,46	19,15	23,57
81,23	24,83	30,54
97,01	29,79	36,64
110,8	34,75	42,74
124,5	39,71	48,84
144,2	46,09	56,69
156,2	49,63	61,04
188,4	56,72	69,76
197,9	61,67	75,85

Tabelle 14.
(70 Proz. Eisen.)

H	J	J'
34,64	5,67	8,57
50,76	9,27	14,10
67,16	11,45	17,51
85,41	14,90	22,79
101,7	17,73	27,12
117,9	20,57	31,47
132,1	23,41	35,81
150,1	27,66	42,31
172,5	31,91	48,82
192,7	35,46	54,25
202,9	37,59	57,51

Tabellen zu den Versuchen mit dem Elektromagneten.

Tabelle 17.

(100 Proz. Eisen.)

H	J	$\frac{J}{H} \cdot 10^4$
131	17,8	1349
357	66,1	1851
576	99,7	1732
883	123	1473
1012	148	1464
1092	157	1438
1151	162	1404
1231	167	1355
1290	171,5	1329
1389	176	1246
1448	180	1227
1489	184	1226
1529	186,5	1220
1555	188	1222

Tabelle 19.

(80 Proz. Eisen.)

H	J	$\frac{J}{H} \cdot 10^4$
159	15,7	987
437	50,3	1152
695	78,9	1136
953	103	1049
1132	118	1042
1211	125	1030
1290	128	991
1350	133	982
1409	137	975
1528	143	936
1589	150	942
1687	153	907
1727	159	923
1787	160	847

Tabelle 21.

(60 Proz. Eisen.)

H	J	$\frac{J}{H} \cdot 10^4$
152	7,8	512
380	29,5	776
627	46,1	734
855	62,3	728
1045	70,7	676
1143	76,4	668
1292	85,6	647
1330	89,7	643
1407	88,9	635
1502	95,1	633
1559	98,6	632
1616	101,3	627
1692	103	605
1730	108,7	595

Tabelle 22.

(100 Proz. Eisen.)

H	J	$\frac{J}{H} \cdot 10^4$
159	34,6	2180
378	107,9	2852
774	155,8	2013
1032	180,6	1750
1251	201	1607
1370	212,4	1551
1449	219,3	1514
1509	224	1485
1588	229	1442
1687	236,3	1401
1747	239	1369
1826	242,2	1327

Tabelle 23.
(100 Proz. Eisen.)

H	J	$\frac{J}{H} \cdot 10^4$
186,3	26,09	1400
310,5	68,68	2212
465,7	102,4	2199
714,1	150,9	2118
888,3	166,2	1982
1025	185,9	1814
1149	197	1715
1366	219,6	1608
1770	260	1480
2018	269,4	1335
2298	280,7	1222
2515	286,6	1139
3229	296,9	919
3416	302,9	887
3571	296,9	831
3664	295,9	807

Tabelle 24.
(80 Proz. Eisen.)

H	J
155,3	6,53
298,4	20,09
408,7	41,8
652,0	68,75
807,3	83,72
993,6	93,03
1149	107,8
1397	128
1894	157,6
2174	173,2
2360	182,5
2577	185,2
2795	191,9
2950	189,0
3074	189,6

Den Herren Prof. Dr. E. Wiedemann, Prof. Dr. G. C. Schmidt, Prof. Dr. A. Wehnelt und Hrn. Privatdoz. Dr. R. Reiger sei auch an dieser Stelle für die stets gewährte lebenswürdige Unterstützung der herzlichste Dank ausgesprochen.

Erlangen, Physikal. Institut den 23. Januar 1906.

(Eingegangen 25. Januar 1906.)

3. Dämpfung eines Kondensatorkreises mit einem Zusatzkreise; von T. Noda; mit einem Nachsatz von P. Drude.

Inhalt: 1. Einleitung. — 2. Untersuchungsmethode und Apparat. — 3. Gang des Versuches und Behandlung der Beobachtungen. — 4. Einfluß von Kapazität auf Dämpfung (1. Anordnung). — 5. Einfluß von Kapazität auf Dämpfung (2. Anordnung). — 6. Einfluß von Selbstinduktion auf Dämpfung (3. Anordnung). — 7. Minimumdämpfung. — 8. Einfluß der Funkenstrecke. — 9. Zusammenfassung. — 10. Periodenverhältnis. — Nachsatz von P. Drude.

1. Einleitung.

Die Erzielung kleiner Dämpfung in Kondensatorkreisen mit Funkenstrecke ist theoretisch und praktisch so interessant, daß man ihre Wichtigkeit kaum überschätzen kann.

Diese Dämpfung ist, wie wohl bekannt, verursacht 1. durch Joulesche Wärme in den Leitungsdrähten, 2. durch Energieverlust im Dielektrikum der Kondensatoren, 3. durch Strahlung, 4. durch die Funkenstrecke.

Bei einem Ölkondensatorkreis mit einer dicken und kurzen Leitung, dessen Eigenwellenlänge genügend groß gegen die Länge des Schließungsdrahtes ist, und dessen Kondensatorplatten einen genügend kleinen Abstand voneinander haben, sind die ersten drei Verluste verschwindend klein gegen den letzten, und die Dämpfung rührt praktisch nur von dem Widerstand der Funkenstrecke her.

Dieser Widerstand ist eine Funktion der Stromstärke, und zwar wächst er mit abnehmender Stromstärke. Also liegt die Vermutung nahe, daß die Parallelschaltung eines zweiten Kondensators zum Funken die Verminderung der Dämpfung mit sich bringen kann. Wie mir Hr. Prof. Drude mitteilt, hatte er in der Tat ein besseres Ansprechen einer Resonanzspule beobachtet, als er einen zweiten Kondensator parallel der Funkenstrecke

nicht allzu groß war, wurden die Spitzen nicht arg angegriffen, und die Endflächen, deren Abstand mit zwei metallischen Stiften eines Ebonitbogenfunkenmikrometers kontrolliert wurde, blieben immer eben. Die Stifte führen einige Zentimeter durch die Ebonitarms des Mikrometers bis zu zwei Löchern *Hg*, worin Quecksilber sich befindet und wo die Leitungsdrähte eines Induktors endigen. Von den Löchern oder Stiften selbst führen zwei Leitungsdrähte *DD* zu einem Kondensator *Cz*, mit dem sie den Zusatzkreis bilden.

Der Kondensator ist nach dem Kondensator des Primärkreises dimensioniert. Durch Umtauschen von Zwischenscheibchen desselben Durchmessers, aber von verschiedener Dicke kann man seine Kapazität von 1 bis 10 ändern.

Für die Versuche mit größerer Kapazität stand ein nach Drudes Muster¹⁾ gebauter großer Kondensator zu meiner Verfügung, dessen größte Kapazität 22 m betrug.

Der Sekundärkreis hat ebenfalls dieselbe Form wie der Drudes, d. h. ein schmales Rechteck variabler Länge ($a = 50$ bis 100 cm), dessen eine Schmalseite ($b = 3$ cm lang) einen quadratischen Kondensator *C* von 9 cm Seitenlänge in der Luft enthält und dessen andere Schmalseite mit einem

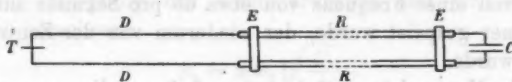


Fig. 2.

Thermoelement verbunden ist. Die Längsseiten bestehen teilweise aus 4 mm dicken, 50 cm langen Messingröhrchen, in die sich 3 mm dicke, 60 cm lange Kupferdrähte einschieben, damit die Eigenperiode des Kreises stetig geändert werden kann. Ein guter Kontakt zwischen den Röhrchen *RR* und den Drähten *DD* ist dadurch gesichert, daß die Enden der ersteren, da wo die letzteren eingesteckt werden, mit kegelförmigen Schrauben versehen sind. Der Kondensator besteht aus zwei möglichst genau eben gemachten quadratischen Aluminiumplatten von 9 cm Seitenlänge, die in derselben Weise wie der

1) P. Drude, Ann. d. Phys. 15. p. 750. 1904.

Kondensator in dem Primärkreise in einem konstanten Abstände voneinander gehalten werden.

Da es manchmal unvermeidlich war, die Kapazität des Kondensators zu ändern, so habe ich drei Kondensatoren von derselben Größe, aber von verschiedenen Plattenabständen, ungefähr 1,7 mm, 2,5 mm und 3,3 mm machen lassen. Das Umtauschen geschah ebenso wie bei Drudes Sekundärkreis. Das Thermoelement ist ebenfalls nach Drudes Muster aus 0,045 mm dickem, 3,7 mm langem Kupferdraht und 0,0494 mm dickem, 3,7 mm langem Konstantandraht gemacht und auch ebenso mit dem Sekundärkreis verbunden worden. Das Ganze ist an einem 1 m langen Maßstab befestigt, und der Abstand des Thermoelementes von dem Kondensator wird mittels eines an dem Element angebrachten Zeigers an dem Maßstabe abgelesen.

Die Enden des Thermoelementes führen zu einem d'Arsonvalgalvanometer von 10000 Ohm Widerstand, dessen Ausschlag von 1 mm auf der Skala vom Abstände $2,5 \text{ m } 4,1 \times 10^{-6} \text{ Volt}$ entsprach.

Zur Erregung des Primärkreises habe ich einen großen Induktor angewandt, dessen Primärspule von einem Wechselstrom von einer Frequenz von etwa 65 pro Sekunde aus einem Umformer gespeist wurde, der wiederum von der Zentrale gespeist wurde.

Die Maximalstromstärke, etwa 1 Amp., die man aus dem Umformer herausnehmen darf, verbot mir große Spannung zu erzeugen, und die Versuche mußten auf die Funkenstrecke von nicht mehr als etwa 1 mm beschränkt werden.

3. Gang des Versuches und Behandlung der Beobachtungen.

Der Gang des Versuches ist sehr einfach. Der Galvanometer ist losgelassen und der Nullpunkt bestimmt. Dem Zusatzkreise sind passende Kapazität und Selbstinduktion hinzugefügt und das Thermoelement des Sekundärkreises ist auf die geeignete Stelle orientiert. Der Umformer ist losgelassen ohne die Sekundärspule zu schließen. Nach einigen Sekunden läuft er mit konstanter Geschwindigkeit und dann erst ist der Wechselstrom zu der Primärspule des Induktors gelassen, was lebhaftes Funken zwischen den Zinkspitzen zur

Folge hat. Der Galvanometer schlägt aus und kehrt wieder zurück. Der Kehrpunkt ist abgelesen und der Strom unterbrochen. Nun wird das Thermoelement entlang dem Stab etwas verschoben und der entsprechende Ausschlag abgelesen etc. Auf diese Weise können wir die Ausschläge für eine beliebige Stelle des Thermoelementes finden, worunter ein Maximalausschlag sich befindet. Um die Dämpfung des Primärkreises aus diesen Beobachtungen zu finden, bemerken wir Drudes Formel.

γ_1 sei die Dämpfung des Primärkreises, γ_2 die des Sekundärkreises, s der Ausschlag des Galvanometers für den Abstand a des Thermoelementes von dem Kondensator und s_m der Maximalausschlag für die Stelle a_m des Thermoelementes.

Dann lautet die Formel

$$(1) \quad \gamma_1 + \gamma_2 = \pi \cdot \frac{a_m - a}{a_m} \sqrt{\frac{J}{J_m - J}} = \pi \cdot \frac{a_m - a}{a_m} \sqrt{\frac{s}{s_m - s}},$$

wo J den Integraleffekt des induzierten Stromes in dem Sekundärkreise bedeutet, d. h.

$$(2) \quad J = \int_0^{\infty} i_2^2 dt.$$

Die Dämpfung des Sekundärkreises läßt sich aus der Formel berechnen:

$$(3) \quad \gamma_2 = \pi w_2 \sqrt{\frac{C_2}{L_2}},$$

wo w_2 der Widerstand, C_2 die Kapazität und L_2 die Selbstinduktion des ganzen Kreises ist.

In meinem Falle ist die elektrische Kapazität des Kondensators, dessen Plattenabstand 2,47 mm betrug, = 26,13 cm und der Widerstand des Thermoelementes 0,964 Ω , dagegen ist der Widerstand der anderen Teile verschwindend klein. Für $a'_m = 75,3$ cm, der der Eigenschwingung des Primärkreises entspricht, ist die Selbstinduktion $L_2 = 983$ cm.

Infolgedessen würde die Dämpfung $\gamma_2 = 0,0164$ betragen, wenn man die Rayleighsche Formel¹⁾ für den Widerstand metallischer Drähte gegen schnelle Schwingungen nicht in Betracht zieht.

1) Lord Rayleigh, Phil. Mag. (5) 21. p. 387 u. 390. 1886.

Die obige Schwingung hat die Wellenlänge $\lambda = 1007$ cm und daher die Frequenz $n = 2,99 \times 10^7$.

Solche schnelle Schwingung könnte nach Lord Rayleigh auf den Widerstand einen nicht zu vernachlässigenden Einfluß ausüben. Seine zwei Formeln sind

$$(A) \quad R' = R \left\{ 1 + \frac{1}{12} p^2 \alpha^2 \mu^2 - \frac{1}{180} p^4 \alpha^4 \mu^4 + \dots \right\},$$

$$(B) \quad R' = R \sqrt{\frac{1}{2} p \alpha \mu}.$$

Dabei bedeutet $p = 2\pi/T$, wo T die Periode ist, α die Leitungsfähigkeit (für Gleichstrom) der Einheitslänge des Drahtes, μ die Permeabilität. Man muß die erste oder die zweite Formel anwenden, je nachdem das Glied $p \alpha \mu$ klein oder groß gegen 1 ist.

Nach der ersten beträgt der Rayleighsche effektive Widerstand des Thermoelementes $0,972 \Omega$. Nach der zweiten bekommt man den effektiven Widerstand der Drahtteile $0,340 \Omega$. Deshalb ist der Widerstand des ganzen Kreises $w_3 = 1,312 \Omega$ und der entsprechende Werte der Dämpfung $\gamma_3 = 0,0224$.

Die Rayleighschen Gleichungen haben noch einen anderen Einfluß auf die gesamte Dämpfung $\gamma_1 + \gamma_2$.

Die Formel (1) gilt nur unter der Bedingung, daß γ_3 beim Beobachten der Resonanzkurve konstant ist. Da dies streng genommen nicht der Fall ist, weil bei Verschiebung der Länge a sowohl L_2 , als auch w_3 sich ändert, so kombiniert man die Ausschläge s_1 und s_2 für zwei Stellungen a_1 und a_2 des Thermoelementes, welche ungefähr gleichweit zu beiden Seiten der Resonanzlage a_m liegen und daher annähernd gleich groß sind und für die der Ausschlag s etwa die Hälfte des Maximalausschlages s_m ist. Man erhält daher die Formel¹⁾

$$\gamma_1 + \gamma_2 = \pi \frac{a_1 - a_2}{2 a_m} \sqrt{\frac{(s_1 + s_2) : 2}{s_m - (s_1 + s_2) : 2}}.$$

4. Einfluß der Kapazität auf Dämpfung. Erste Anordnung.

Der Schließungskreis des Zusatzkreises besteht aus zwei mit dickem Gummischlauche isolierten 2 mm dicken, 1 m langen

1) Vgl. P. Drude, l. c. p. 722 Formel (7'). Dort ist nur für $2 a_m$ geschrieben $a_1 + a_2$. Bei stärker unsymmetrischen Resonanzkurven ist aber die hier benutzte Formel etwas genauer.

Kupferdrähten, die miteinander verflochten wurden. Sie führen von den Quecksilberlöchern im Bogenfunkenmikrometer zu dem Zusatzkondensator in einem Abstände von 70 cm und in der Ebene des Sekundärkreises. Um zu prüfen, ob der Zusatzkreis keine direkte Wirkung auf den Sekundärkreis ausübt, hat man zwei Zinkspitzen, die denen des Primärkreises möglichst gleich gemacht worden sind. Nach jedem Versuche ist der Primärkreis von den Stiften des Funkenmikrometers abgenommen, die neuen Zinkspitzen angehängt, der Induktor erregt und der Funken zwischen den Spitzen hervorgerufen. Aber der Ausschlag kam nicht ein einzigesmal vor. Die Kapazität des Zusatzkreises wurde durch Umtauschen der Zwischenscheibchen des Kondensators geändert. Die Resultate sind folgende:

Tabelle I.

Nr.	K	s_m	γ_1	a_m
1	0	0,80	0,402	70,3
2	1	3,65	170	71,8
3	2	6,60	122	71,8
4	4	9,95	100	71,8
5	6,4	11,31	087	71,5
6	9,6	12,63	073	71,3
7	15,8	9,32	063	71,3
8	38,2	4,25	057	71,3 (?)
9	95,4	2,80	053	71,3 (?)

Man sieht, daß a_m durch den Zusatzkreis etwas verändert ist. Ob noch eine zweite Resonanzlage a_m existierte, habe ich bei diesen Versuchen nicht geprüft. In der Tabelle ist K die Kapazität des Zusatzkreises, s_m der Maximalausschlag des Galvanometers in Skalenteilen und γ_1 die Dämpfung des Primärkreises.

Die Einheit der Kapazität ist die eines Luftplattenkondensators von 17 cm Seitenlänge und 1 cm Abstand voneinander, dessen absolute elektrostatische Kapazität 23 cm beträgt. Die Kapazität des Primärkreises kann also als 2 angenommen werden.

Wie man sieht, nimmt die Dämpfung am Anfang sehr stark und nachher sehr schwach mit zunehmender Zusatzkapazität ab und erreicht den kleinen Wert 0,053.

Hier hat man aber sehr wenig Aussicht durch die Vermehrung der Zusatzkapazität die Dämpfung weiter zu vermindern. Es ist beachtenswert,¹⁾ daß der Maximalausschlag ein Maximum hat und der Ausschlag bei der Zusatzkapazität 95,4 nicht einmal so groß ist wie der bei der Zusatzkapazität 1.

5. Einfluß der Kapazität auf Dämpfung. Zweite Anordnung.

Nun fiel mir der Gedanke ein, was herauskommen werde, wenn man den Zusatzkreis mit dem Primärkreise in Abstimmung brächte. Zu diesem Zwecke habe ich eine andere Anordnung getroffen.

Zwei parallele 3 mm dicke, ca. 50 cm lange Leitungsdrähte DD von 0,8 cm Abstand voneinander, die an zwei Stellen mit Siegellack miteinander befestigt waren, führten von den Quecksilberlöchern Hg in dem Mikrometer zu zwei Hg -Rinnen a, b in einem Paraffinstück.

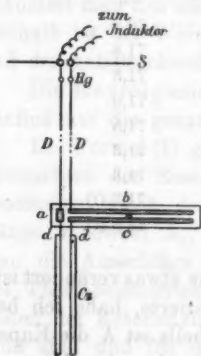


Fig. 3.

Kurze Leitungsdrähte dd von dem Kondensator C_s endigten in den Rinnen a, c . Bringt man eine metallische Brücke zwischen den Rinnen b, c an, deren Abstand 7 mm betrug, so ist der Leitungskreis für den Zusatzkreis vollendet und die Selbstinduktion des Schließungskreises kann durch Verschiebung der Brücke geändert werden. So ist der Primärkreis auch vor Erschütterung geschützt, die beim Umtauschen des Kondensators zufällig geschehen kann.

Die Selbstinduktion der Leitungsdrähte war etwas kleiner als die des Primärkreises ausgerechnet, deshalb konnte man mit der Brücke die beiden Kreise in Abstimmung bringen. Als ich die Brücke verschob, zeigte der Ausschlag ein ausgesprochenes Maximum. Da der Zusatzkreis jetzt in der Nähe der Abstimmung mit dem Primärkreis war, war er

1) Wahrscheinlich wird dies dadurch verursacht, daß die Anzahl der Partialentladungen durch größere Kapazität kleiner wird.

imstande, eine möglichst große direkte Wirkung auf den Sekundärkreis auszuüben. Um dies zu verhüten, wurde der Gegenversuch mit neuen Zinkspitzen wiederholt (vgl. oben p. 721) und keine Spur von Wirkung bemerkt.

Bei dem Versuche habe ich gefunden, daß bei bestimmter Größe des Zusatzkondensators und zwar in der Nähe der Abstimmung zwei Schwingungen I und II von verschiedenen Perioden und von verschiedenen Amplituden, sowie von verschiedenen Dämpfungen stattfinden, die gleichzeitig zwei Maximalausschlagstellen an dem Maßstabe gaben. Ihre Perioden und Amplituden ändern sich mit der angewandten Kapazität. Sie sind in folgenden Tabellen einzeln angegeben, wo T_0 die Eigenperiode des Primärkreises, T die des Zusatzkreises, a_m^0 der Abstand des Thermoelements an der Maximalausschlagstelle von dem Kondensator ohne Zusatzkreis, a_m derselbe für die beiden hervorgerufenen Schwingungen I und II mit Zusatzkreis und γ_1, γ_2 die Dämpfung derselben ist.

Die Selbsteininduktionen blieben konstant, die Kapazität des Zusatzkreises wurde geändert, indem man die Zwischenscheibchen des Zusatzkondensators umtauschte. Das Periodenverhältnis T/T_0 ist nach der Kapazität des Zusatzkreises unter der Voraussetzung berechnet, daß dasselbe bei dem kleinsten Minimum den Wert 0,95 hat, wie der weiterfolgende Versuch (Tab. V) zeigt.

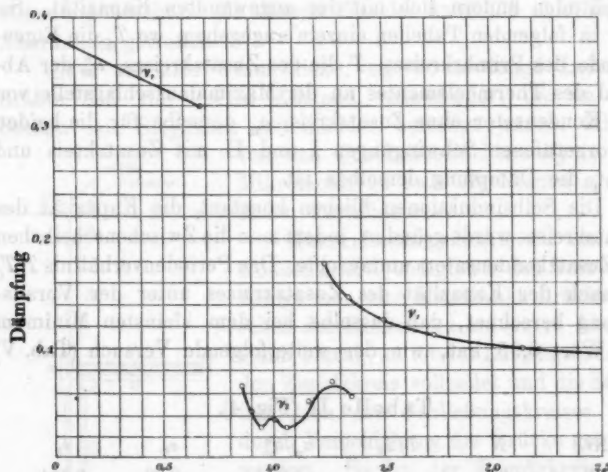
Tabelle II (Fig. 4).

Nr.	K	T/T_0	a_m/a_m^0	s_m	γ_1
10	0	—	1,00	0,30	0,384
11	1	0,68	1,01	0,77	320
12	3,33	1,23	1,02	3,60	179
13	4	1,34	1,03	5,00	144
14	5	1,50	1,03 \longleftrightarrow 1)	8,70	123
15	6,6	1,73	1,02	9,58	111
16	10,0	2,14	1,02	13,49	100
17	19,2	2,95	1,00	3,23	082

1) Der Strich \longleftrightarrow bedeutet, daß hier das Umtauschen des Kondensators des Sekundärkreises geschah. Das Umrechnungsverhältnis der Länge a_m zwischen beiden Kondensatoren wurde durch direkte Vergleichung von a_m gefunden, indem man a_m von einer und derselben Schwingung mit beiden Kondensatoren zweimal hintereinander maß.

Tabelle III (Fig. 4).

Nr.	K	T/T_0	α_m/α_m^0	s_m	ν_1
18	1,67	0,87	0,91	3,66	0,063
19	1,79	90	93	5,38	042
20	2,00	95	96	11,60	027
21	2,22	1,00	1,00	2,91	038
22	2,50	1,06	1,03	4,63	028
23	2,86	1,14	1,07	6,45	038
24	3,00	1,16	1,10	6,60	052
25	3,50	1,26	1,17	2,40	070
26	4,00	1,35	1,22	1,55	059



Periodenverhältnis zwischen Primär- und Sekundärkreis.
(Selbstinduktion des Zusatzkreises konstant.)

Fig. 4.

Die eine Schwingung I ist dieselbe wie die in vorigem Versuche gefundene, und die andere II ist ganz neu und bei der ersten Anordnung meiner Beobachtung entgangen. Die Schwingung II hat bei derselben Zusatzkapazität immer viel kleinere Dämpfung als die Schwingung I. Ihre Dämpfung hat außerdem zwei Maxima und zwei Minima, deren eins den kleinen Wert 0,027 zeigt. Der Maximalausschlag ändert sich hier umgekehrt mit der Dämpfung.

6. Einfluß der Selbstinduktion auf Dämpfung. Dritte Anordnung.

Nun fragt es sich, ob die ganze Erscheinung der verminderten Dämpfung durch die Änderung der Selbstinduktion anstatt der Kapazität des Zusatzkreises hervorgerufen werden kann oder nicht. Zu dem Zwecke wurde folgende Anordnung getroffen.

Von den Löchern der Spitzen Z_n des Primärkreises führen zwei parallele 3 mm dicke, 16 cm lange, möglichst genau gerade Leitungsdrähte DD , deren einer mit einem Glasrohr bedeckt war, senkrecht zur Ebene des Primärkreises. Sie sind in der Nähe des Kondensators unterbrochen und die so entstehenden vier Enden befinden sich in Quecksilberlöchern in einem Paraffinstück, die an den Ecken eines $8\text{ mm} \times 4\text{ mm}$ Rechtecks liegen. Von je zweien davon zweigen sich zwei parallele Drähte dd , dd auf beiden Seiten der Leitungsdrähte, senkrecht zu ihnen und in ihrer Ebene ab. Die freien Enden der Drähte sind ordentlich amalgamiert und durch ein Metallstück MM , das zwei Rinnen von 8 mm Abstand voneinander hat und ebenfalls amalgamiert ist, elektrisch verbunden. Beide Zweige sind von derselben Länge. Also, die Leitungsdrähte und zwei Zweige bilden einen symmetrischen Schließungskreis des Zusatzkondensators. Wenn man die Selbstinduktion des Zusatzkreises ändern will, dann hat man bloß die Länge der Zweige zu ändern. Zuerst habe ich versucht, dies durch die Verschiebung des Metallstückchens entlang den Zweigen zu erreichen. Aber, da die freien Enden der Zweige störend wirkten, wurden zehn Paare 3 mm dicke, 8 mm voneinanderstehende Drähte von verschiedener Länge von 1,5 cm bis 68 cm vorbereitet.

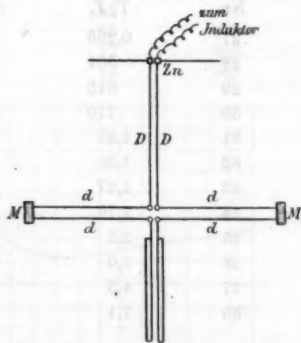


Fig. 5.

Die sämtlichen Paare wurden mit Ebonitstückchen, deren jedes zwei nach einem Metallmuster gebohrte Löcher von 3 mm

Durchmesser und 8 mm Abstand voneinander hatte, befestigt, damit sich die Entfernung der Drähte nicht ändern konnte. Durch Umtauschen oder Ansetzen der Paare kann man die Selbstinduktion des Zusatzkreises innerhalb gewisser Grenzen beliebig ändern, ohne die Enden frei bleiben zu lassen, während man die feinere Justierung durch kleine Verschiebungen des Metallstückchens ausführt. Während dieser Versuchsreihe blieb der Zusatzkondensator ganz unberührt, und zwar hatte er dieselbe Kapazität wie der Primärkreis. Für die Bestimmung des Periodenverhältnisses T/T_0 der beiden Kreise wurden die Kapazitäten mit der Telephonbrückenmethode verglichen, die Dimensionen der Leitungsdrähte möglichst genau gemessen und die Selbstinduktion nach bekannten Formeln berechnet. Die Resultate sind folgende:

Tabelle IV (Fig. 6).

Nr.	T/T_0	a_m/a_m^0	s_m	ν_1
27	0,296	1,03	7,60	0,162
28	504	1,03	6,42	174
29	615	1,03	6,33	191
30	710	1,03	5,63	220
31	1,25	1,04	3,32	247
32	1,30	1,04	3,71	213
33	1,37	1,03	4,50	181
34	1,70	1,03	3,47	163
35	2,2	1,03	2,99	181
36	3,0	1,03	1,80	206
37	4,5	1,03	1,14	280
38	7,1	1,02	0,77	456

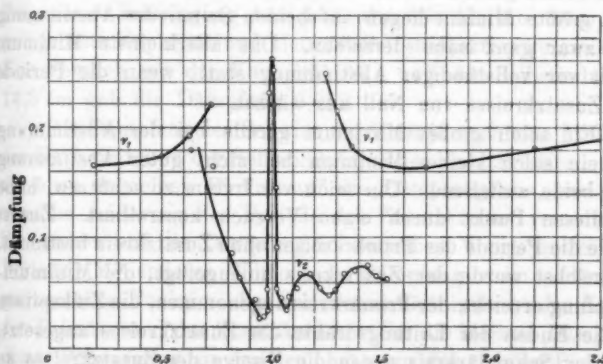
Tabelle V (Fig. 6).

Nr.	T/T_0	a_m/a_m^0	s_m	ν_2
39	0,639	0,732	0,55 cm	0,180
40	730	803	53	164
41	811	853	6,89	084
42	849	885	12,50	062
43	885	915	12,70	051
44	918	939	17,80	042
45	953	968	38,40	028
46	958	971	31,75	030
47	976	987	18,58	034

1) Bedeutung vgl. oben p. 723, Anm. 1.

Tabelle V (Fortsetzung).

Nr.	T/T_0	a_m/a_m^0	s_m	ν_1
48	0,983	0,996	8,40 cm	0,052
49	990	1,004	6,03	119
50	999	1,000	3,40	226
51	1,000	1,000	2,67	261
52	1,001	1,000	2,65	253
53	1,003	1,000?	3,58	240
54	1,005	0,993	3,80	146
55	1,012	1,000	4,13	091
56	1,023	1,005	6,25	052
57	1,041	1,023	14,20	044
58	1,062	1,052	19,85	036
59	1,076	1,065	18,55	045
60	1,109	1,102	16,62	056
61	1,142	1,139	4,74	066
62	1,174	1,173	4,41	065
63	1,227	1,232	3,54	053
64	1,277	1,286	4,40	049
65	1,296	1,309	2,63	052
66	1,340	1,355	0,81	068
67	1,381	1,413	82	071
68	1,426	1,467	66	075
69	1,470	1,536	77	065
70	1,512	1,599	53	062



Periodenverhältnis zwischen Primär- und Sekundärkreis.

(Kapazität des Zusatzkreises konstant.)

Fig. 6.

Hier treten dieselben Schwingungen wieder auf wie im vorigen Versuche. Die Dämpfung der Schwingung I nimmt

1) Bedeutung vgl. oben p. 723, Anm. 1.

mit zunehmender Selbstinduktion und zwar der Periode des Zusatzkreises proportional zu und hat unter Umständen viel größeren Wert als der Wert der Dämpfung des Primärkreises ohne Zusatzkreis. In der Nähe der Abstimmung wächst die Dämpfung plötzlich. Ganz nah der Abstimmung haben beide *Schwingungen* ungefähr dieselbe Periode und zwei Maximalausschlagstellen an dem Maßstabe ziehen sich zusammen. Da der Ausschlag der Schwingung I bedeutend kleiner ist als der der Schwingung II, so verdeckt dieser jenen, und von einer Messung der Dämpfung der Schwingung I in der Gegend ist keine Rede.¹⁾

Der Ausschlag ändert sich umgekehrt wie die Dämpfung und die Periode bleibt innerhalb der Beobachtungsfehler konstant.

Das Verhalten der Schwingung II ist fast dasselbe wie beim vorigen Versuche. Aber sie ist hier viel genauer und getreuer verfolgt. Die Periode der Schwingung II ändert sich stark mit der Periode des Zusatzkreises. Ihre Dämpfung hat drei Maxima und drei Minima (vgl. Fig. 6). Das größte Maximum findet gerade bei Abstimmung beider Kreise statt, und zwei größte Minima liegen auf beiden Seiten der Abstimmung und zwar ganz nahe derselben. Das allerkleinste Minimum findet vor vollständiger Abstimmung statt, wenn die Periode des Zusatzkreises von Null aus wächst.

Ein solch großes Maximum gerade bei der Abstimmung und ein solch kleines Minimum bei nicht guter Abstimmung sind beide auffallend. Um mich vor Irrtum zu schützen, habe ich diesen Punkt durch einen Versuch kontrolliert. Zuerst wurde die Periode des Primärkreises ohne Zusatzkreis bestimmt. Demnächst wurde der Zusatzkreis hinzugefügt, die Minimumdämpfung erreicht, der Primärkreis abgenommen, die Zinkspitzen an die Enden der Leitungsdrähte des Zusatzkreises angesetzt, und der Sekundärkreis gegen die Zweige des Zusatzkreises so hingestellt, daß ca. 40 cm des Maßstabes von dem Ende, wo der Kondensator anhängt, den Zweigen parallel lief, und die Periode des Zusatzkreises bestimmt. Das ergibt das Verhält-

1) Ihre Existenz läßt sich aber dadurch bemerken, daß die Resonanzkurve der Schwingung II auf der Seite, wo sich die Maximalausschlagstelle der Schwingung I befindet, nicht so glatt verläuft wie auf der anderen Seite. Auf der Seite kommt manchmal eine kleine Biegung vor.

nis $T/T_0 = 0,949$. Nach der Tabelle soll das 0,953 sein. Die Übereinstimmung ist ja nicht ganz gut, jedoch genau genug, um die Verschiedenheit der Perioden der beiden Kreise bei der Minimumdämpfung nachzuweisen.

Andere Maxima und Minima sind nicht so ausgeprägt wie diese, und die allgemeine Tendenz ist die Vermehrung der Dämpfung mit zunehmender Dissonanz der beiden Kreise ebenso wie beim vorigen Versuche. Über das Verhältnis 1,5 hinaus konnte ich wegen zu kleinen Ausschlags die Schwingung II nicht mehr beobachten. Mit einem empfindlicheren Thermoelement kann man sie noch weiter verfolgen.

Der Maximalausschlag verhält sich ebenfalls wie beim vorigen Versuche.

Aus beiden Versuchen geht hervor, daß die beiden Schwingungen sehr verschiedene Eigenschaften haben. Die Dämpfung der Schwingung I ist eine Funktion der Kapazität ebenso wie der Selbstinduktion des Zusatzkreises. Sie wirken aber auf die Dämpfung sehr verschieden. Die Dämpfung nimmt mit der Kapazität ab, aber mit der Selbstinduktion zu. Bei dieser Schwingung hat man also die kleinste Dämpfung mit größter Kapazität und kleinster Selbstinduktion zu erwarten. Ein Versuch mit der Kapazität 95,4 und der Selbstinduktion 14,3 cm gab die Dämpfung 0,059.

Die Dämpfung der Schwingung II ist ja auch eine Funktion der Kapazität und der Selbstinduktion des Zusatzkreises. Aber sie üben denselben Einfluß auf die Dämpfung aus, wenn sie dieselbe Änderung der Periode des Zusatzkreises veranlassen. Sie wirken auf die Dämpfung in derselben Weise mittels der Periode. Mit anderen Worten: die Dämpfung ist im großen und ganzen eine Funktion des Periodenverhältnisses beider Kreise, des Primär- und des Zusatzkreises. Um die kleinste Dämpfung dieser Schwingung zu erzielen, hat man das richtige Periodenverhältnis ungefähr 0,95 zu treffen. Die Vergrößerung oder Verkleinerung der Kapazität oder der Selbstinduktion nützt nichts. Im Gegenteil sind sie alle direkt schädlich, falls die Periode geändert wird, wie die Kurven deutlich zeigen. Wohl aber ist es nicht von vornherein ausgeschlossen, daß die Vergrößerung der Zusatzkapazität mit richtigem Periodenverhältnis die Verkleinerung der Dämpfung mit sich bringen kann.

7. Minimumdämpfung.

Zu dem oben erwähnten Zweck kann man zwei Wege einschlagen. 1. Man kann eine Anzahl Zusatzkreise, die alle dasselbe richtige Periodenverhältnis haben, gleichzeitig hinzufügen. 2. Man kann die Kapazität des Zusatzkreises vergrößern und gleichzeitig die Selbstinduktion verkleinern, so daß das richtige Periodenverhältnis zwischen beiden Kreisen immer innegehalten wird.

Um die erste Methode zu erproben, habe ich zwei möglichst gleich gemachte Zusatzkreise angewandt.

Ihre parallelen Leitungsdrähte gingen radial von den Löchern der Zinkspitzen aus und befanden sich in einer zum Primärkreise senkrechten Ebene, die durch die Funkenstrecke ging. Der einzelne Zusatzkreis wurde einzeln möglichst genau in ein richtiges Periodenverhältnis mit dem Primärkreise gebracht und die dazu gehörende Dämpfung bestimmt. Beide Zusatzkreise wurden nun zusammen angewandt und die entsprechende Dämpfung bestimmt. Es ergab sich, daß diese Dämpfung gar

nicht kleiner ist als die mit einzelнем Zusatzkreise, sondern ungefähr den Mittelwert der Dämpfungen mit einzelнем Zusatzkreise hat. Da die erste Methode also keine Aussicht gab, eine weiter verminderte Dämpfung zu erzielen, habe ich die zweite Methode angewandt.

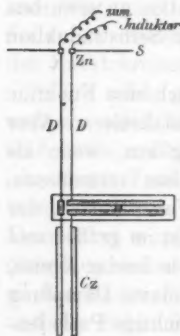


Fig. 7.

Zu dem Zweck traf ich die zweite Anordnung mit verschiebbarer Brücke über Quecksilberrinnen, aber mit kurzen, ungefähr 5 cm langen, 3 mm dicken, ganz dicht nebeneinander liegenden Leitungsdrähten, deren einer sich in einem Glasröhrchen befand. Die Leitungsdrähte führten von den Zinkspitzen direkt (ohne Quecksilberlöcher) zu den Quecksilberrinnen (Fig. 7).

Bei jedem Versuch wurde die erreichbar kleinste Dämpfung sorgfältig bewirkt und der Gegenversuch mit Zinkspitzen wiederholt. Die Resultate sind folgende:

Tabelle VI (Fig. 8).

Nr.	$K/2$	α_m/α_m^0	s_m	ν_m
71	0,25	0,970	6,55 cm	0,032
72	0,50	971	7,53	029
73	1,00	970	18,50	027
74	4,80	971	16,10	024
75	7,2	971	14,30	026
76	9,6	974	15,40	024

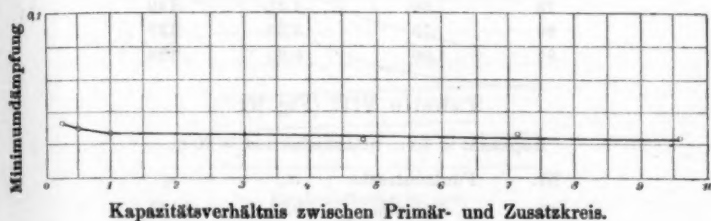


Fig. 8.

Das größte Minimum der Dämpfung bei richtigem Periodenverhältnis beider Kreise behauptet mit Hartnäckigkeit seinen Wert und ist fast keine Funktion der Zusatzkapazität. Dieselbe Zusatzkapazität wie die des Primärkreises gibt nahezu dieselbe Minimumdämpfung wie die zehnmal so große Kapazität. Dasselbe kann man auch von dem Maximalausschlag sagen.

Die Minimumdämpfung ist also unabhängig von der Kapazität und Selbstinduktion des Zusatzkreises. Folglich kann man die Dämpfung mittels ihrer nicht weiter vermindern.

8. Einfluß der Funkenstrecke auf Dämpfung.

Es gibt noch einen Faktor, der auf die Dämpfung der beiden Schwingungen einen Einfluß haben könnte, das ist die Funkenstrecke.

Bis jetzt habe ich immer mit Funkenstrecken von ungefähr 0,3 mm bis 0,6 mm gearbeitet, weil der Funke bei diesen Strecken regelmäßiger als bei anderen war. Nun variierte ich die Funkenstrecke von 0,1 mm bis 1,0 mm, weiter konnte ich nicht gehen, was wünschenswert gewesen wäre, da die Funken dann zu springen versagten.

Für die Schwingung I habe ich drei Versuche angestellt; die Resultate sind folgende:

Tabelle VII (Fig. 9).

Kapazität = 2. Selbstinduktion = 30 m.

Nr.	Funkenstrecke	s_m	ν_1
77	0,10 mm	—	—
78	25	0,79	0,178
79	50	1,21	140
80	75	1,30	127
81	1,00	0,90	124

Tabelle VIII (Fig. 9).

Kapazität = 6,4. Selbstinduktion = 30 m.

Nr.	Funkenstrecke	s_m	ν_1
82	0,10 mm	0,76	0,149
83	25	2,95	110
84	50	4,26	087
85	75	5,65	073
86	1,00	—	—

Tabelle IX (Fig. 9).

Kapazität = 95,4. Selbstinduktion = 14,3 cm.

Nr.	Funkenstrecke	s_m	ν_1
87	0,10 mm	0,66	0,108
88	25	1,16	082
89	50	2,53	059
90	75	3,14	058
91	1,00	3,34	047

Also die Dämpfung nimmt mit zunehmender Funkenstrecke ab und eine zu kleine Funkenstrecke ist gar nicht günstig für die Erzeugung kleiner Dämpfung.¹⁾

Es ist sehr bedauernswert, daß das Minimum nicht erreicht war. Aber wenn man verfolgt, wie die Dämpfung sich mit der Funkenstrecke ändert, und Drudes Versuch über die Funkenstrecke für kleinste Dämpfung in Betracht zieht, dann ist es wahrscheinlich, daß das Minimum schon in der Nähe

1) Vgl. P. Drude, Ann. d. Phys. 15. p. 725. 1904.

ist und der Wert des Minimums keineswegs beträchtlich kleiner als der hier erreichte kleinste Wert ist.

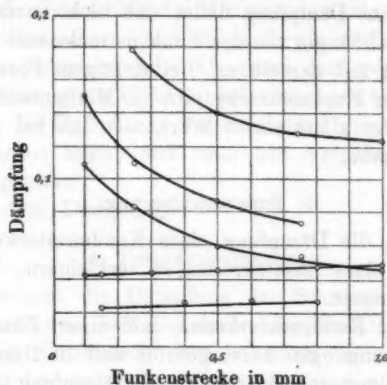


Fig. 9.

Auf die Schwingung II wirkt die Funkenstrecke ganz anders, wie die folgende Tabelle zeigt.

Tabelle X (Fig. 9).

In der Nähe der Minimumdämpfung.

Nr.	Funkenstrecke	s_m	ν_2
92	0,10 mm	18,93	0,043
93	15	26,15	042
94	30	29,05	044
95	50	26,68	046
96	65	19,20	046
97	80	8,85	048
98	1,00	6,25	049

Tabelle XI¹⁾ (Fig. 9).

Minimumdämpfung.

Nr.	Funkenstrecke	s_m	ν_m
99	0,15 mm	3,95	0,028
100	40	5,24	025
101	60	4,50	028
102	80	0,70	028

1) In der Nähe des Minimums war der Ausschlag des Galvanometers schon ziemlich groß, wie die Tab. X zeigt und als das richtige

Also die Dämpfung der Schwingung II in der Nähe der Minimumdämpfung ist sehr klein.

Solch kleine Dämpfung findet sich nicht in der Literatur. Sie ist fast unabhängig von der Funkenstrecke und zwar wächst sie sehr wenig mit derselben. Bei richtigem Periodenverhältnis und kleiner Funkenstrecke gibt die Minimumdämpfung den Wert 0,023, der allerkleinste Wert, den ich bei diesem Versuch gehabt habe.

9. Zusammenfassung.

Die Idee, die Dämpfung eines Kondensatorkreises durch die Zufügung eines Zusatzkreises zu verkleinern, hat sich als erfolgreich erwiesen.

In einem Kondensatorkreise mit einer Zusatzkapazität sind zwei Schwingungen hervorgerufen und die Dämpfung einer jeden ist im allgemeinen kleiner als die Dämpfung ohne Zusatzkapazität. Die Dämpfung der einen Schwingung I ist unter sonst gleichen Umständen immer kleiner als die der anderen II.

Die Dämpfung der Schwingung I kann mit Aufgebot der großen Kapazität [ungefähr 50mal so groß wie die des Primärkreises] bis auf 0,047 und die Dämpfung der Schwingung II beim Treffen des richtigen Periodenverhältnisses zwischen beiden Kreisen mit Zufügung derselben Kapazität wie die des Primärkreises bis auf 0,023 heruntergebracht werden. Bei solcher kleinen Dämpfung ist die Resonanzkurve eine ausgesprochene und man kann die Maximalausschlagstelle sehr genau bestimmen. Die Benutzung einer Schwingung mit solch kleiner Dämpfung wird den Instrumenten, die mit der elektrischen Wellenlänge die Messung einer anderen Quantität bezwecken, eine größere Genauigkeit geben. Z. B. Messung der Kapazität eines Kondensators oder der dielektrischen Konstante.

Die Anwendung großer Kapazität bringt aber bei Schwingung I die Verkleinerung des Maximalausschlages mit sich (Tab. I), während der Maximalausschlag für Minimum-

Periodenverhältnis gut getroffen war, war es so groß, daß der Lichtfleck des Galvanometers von der Skala verschwand und durch die Schwächung der Koppelung zwischen Primär- und Sekundärkreis zurückgebracht werden mußte. Infolgedessen ist der Maximumausschlag in der Tab. XI verhältnismäßig klein.

dämpfung unter gleichen Umständen praktisch konstant bleibt (Tab. VI).

Der Maximalausschlag bei Minimumdämpfung der Schwingung II ist mindestens 9 mal so groß wie der der kleinsten Dämpfung der Schwingung I. Also man darf wohl annehmen, daß mit der Schwingung II die doppelt ausgesprochene Resonanzkurve durch die Luft 3 mal weiter als mit der Schwingung I entsendet werden kann, und zwar mit Aufgebot von 50 mal kleinerer Kapazität!

So viel über Dämpfung.

10. Periodenverhältnis.

Während sich die Dämpfung der Schwingung I mit der Kapazität und der Selbstinduktion des Zusatzkreises stark ändert, bleibt die Periode fast konstant. In beiden Fällen (Tabb. II, IV) ist sie etwas größer als die Eigenperiode des Primärkreises und hat in der Nähe der großen Terz ein ganz kleines Maximum.

Die Periode der Schwingung II ist dagegen eine ausgesprochene Funktion des Periodenverhältnisses zwischen beiden Kreisen. Die Resultate der Versuche 39 bis 70, mit denen ich anstrebte, diese Funktion möglichst genau zu bestimmen, sind in der Fig. 10 aufgetragen worden. Die Abszisse sind das Periodenverhältnis zwischen beiden Kreisen und die Ordinate a_m/a_n^2 , d. h. das Quadrat des Periodenverhältnisses, das die Periode der hervorgerufenen Schwingung II gegen die Eigenperiode des Primärkreises hat. Die Kurve besteht aus zwei beinah geraden Linien. Mit anderen Worten, die Periode des Zusatzkreises ist eine parabolische Funktion der Periode der Schwingung II.

Diese Eigenschaft kann man zur Messung der Periode eines Kondensatorkreises benutzen. Wenn man ein Instrument, das aus dem Primär- und Sekundärkreise besteht, hat, dann kann man dem Instrumente den Kondensatorkreis als Zusatzkreis anschließen und seine Periode aus der Periode der davon hervorgerufenen Schwingung und der vorher hergestellten Kurve finden.

Diese indirekte Methode wird man als Hilfsmittel manchmal bequem finden, wenn die zu messende Wellenlänge für

die direkte Methode zu kurz oder zu lang ist, weil der Meßbereich bei indirekter Methode größer ist als bei direkter.

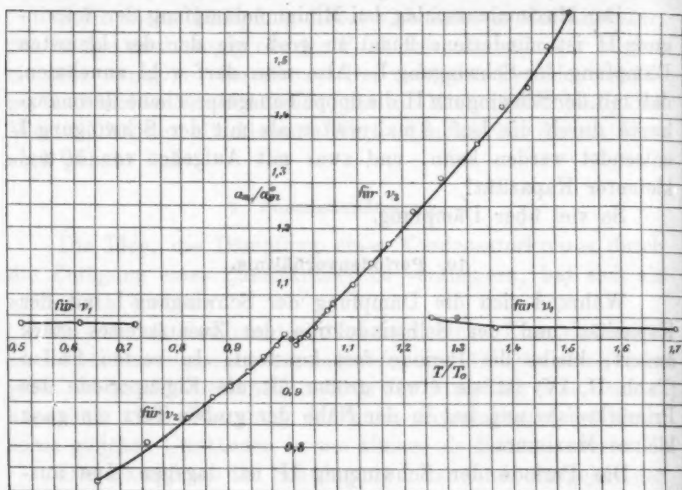


Fig. 10.

Der Primärkreis bildet mit dem Zusatzkreise ein direkt gekoppeltes System, dem die zwei Schwingungen ihr Entstehen verdanken. Bei einem elektrisch gekoppelten System hat Ritter von Geitler¹⁾ in der Kurve, die die Abhängigkeit des Amplitudenverhältnisses der zwei hervorgerufenen Schwingungen von dem Periodenverhältnis derselben darstellt, zwei Maxima und ein Minimum gefunden. Der Grund ist wahrscheinlich in der Dämpfung zu finden. In meinem Falle ist die Periode der Schwingung I fast konstant und das Periodenverhältnis der beiden Kondensatorkreise kann als das Periodenverhältnis beider Schwingungen angenommen werden. Nun hat der Maximalausschlag der Schwingung I nur ein kleines Maximum, während der der Schwingung II mehrere Maxima und Minima hat. Folglich ist klar, daß der Maximalausschlag als eine Funktion des Periodenverhältnisses beider Schwingungen mehrere Maxima und Minima hat.

1) Ritter von Geitler, Sitzungsber. der k. Akad. der Wissensch. zu Wien 104. Abt. II a. p. 169. 1895.

Zum Schluß erfülle ich gern die angenehme Pflicht, Hrn. Prof. Drude und seinem damaligen Assistenten, jetzigen Hrn. Prof. Dr. Starke, ersterem für das Thema und das mir während der Arbeit bekundete rege Interesse und den wohlwollenden Rat, letzterem für mancherlei Anregung auch an dieser Stelle meinen verbindlichsten Dank abzustatten.

Nachsatz von P. Drude.

Die von Hrn. Noda gefundenen Resultate habe ich mit einem einfacher gestalteten Zusatzkreis nachgeprüft, bei welchem die Leitung kürzer war und nicht, wie bei Noda, scharfe rechtwinklige Umbiegungen besaß. Ich habe dann nur die von Noda als Schwingung I bezeichnete gefunden und habe ebenfalls bestätigen können, daß die Dämpfung etwas abnimmt mit Vergrößerung der Kapazität des Zusatzkreises (ausführlicher gedenke ich darüber bei späterer Gelegenheit zu berichten), jedoch die Schwingung II habe ich nicht gefunden, höchstens ganz kleine Unregelmäßigkeiten der Resonanzkurve, welche vielleicht durch die Anwesenheit von Oberschwingungen zu erklären sind. Daher drängt sich die Vermutung auf, daß diese vielleicht auch die Schwingung II bei Noda veranlaßt haben, da sein Zusatzkreis wegen seiner besonderen Gestalt eventuell intensivere Oberschwingungen ausbilden konnte. Es ist auch auffällig, daß Noda bei dem einfacher gestalteten Zusatzkreis der Fig. 1 die Schwingung II nicht beobachtet hat, nach der er allerdings auch nicht besonders gesucht hatte. Es ist daher auch vielleicht fraglich, ob die aus der Schärfe der Resonanzkurve von Noda berechneten Dämpfungen γ_2 wirklich als solche zu interpretieren sind, denn wenn z. B. in die Meßleitung, die auch aus zwei verschiedenen Drahtdicken bestand (Röhren, in die sich Drähte einschoben), der Knoten der betreffenden Oberschwingung in der Nähe des Thermoelementes liegt und sich bei Verschiebung des letzteren prozentisch weniger verschiebt, so können kleinere Dämpfungen γ vorgetäuscht werden. Es ist vielleicht aber auch möglich, daß bei sehr kleiner elektrischer Koppelung, wenn dieselbe von der Größenordnung der Dämpfungen ist, besondere verwickelte Verhältnisse eintreten

können, da die in meiner Arbeit¹⁾ als P bezeichnete Größe in Formel (92) für den Resonanzfall $\tau_1 = \tau_2$ bei kleinen Veränderungen der Dämpfungen von positiven zu negativen Werten übergehen kann. Als allgemeingültig kann ich also die Noda'schen Resultate nicht bezeichnen. Obwohl also ihre Interpretation mit Vorsicht aufzunehmen und weitere Versuche in dieser Richtung notwendig sind, so möchte ich doch zur Anregung dieser interessanten Fragen die Publikation dieser Resultate des Hrn. Noda nicht länger zurückhalten, da er selbst sowohl, wie ich, in allernächster Zeit nicht eine Fortsetzung dieser Untersuchungen vornehmen können.

1) P. Drude, Ann. d. Phys. 13. p. 534. 1904.

(Eingegangen 28. November 1905.)

**4. Über die Verdampfungswärme
des flüssigen Sauerstoffs und flüssigen Stickstoffs
und deren Änderung mit der Temperatur;
von Heinrich Alt.**

(Aus den Abhandlungen der k. bayer. Akad. der Wissenschaften.
II. Kl. 22. III. Abt.)

§ 1. Einleitung.

Die Bestimmung der latenten Verdampfungswärme der flüssigen Luft und ihrer Bestandteile ist in der letzten Zeit mehrfach Gegenstand experimenteller Arbeiten gewesen. Behn¹⁾ bestimmte die Verdampfungswärme stark sauerstoffhaltiger Luft und erhielt aus zwei Versuchen im Mittel 50,8 cal/g; nach Shearer²⁾ beträgt sie für Luft von

21,8 Proz.	22,5 Proz.	56 Proz.	72 Proz.	0,
44,02 cal/g	45,4 cal/g	50,57 cal/g	51,7 cal/g	

Der Verfasser³⁾ fand für reinen Sauerstoff eine Änderung von 52,09 cal/g bei -183° (710 mm Druck) bis 59,10 cal/g bei $-201,5^{\circ}$ (65 mm), für Stickstoff eine solche von 48,78 cal/g bei $-196,5^{\circ}$ (685 mm) bis 52,06 cal/g bei $-210,0^{\circ}$ (96 mm). In einer zweiten Arbeit gibt Shearer⁴⁾ für reinen Sauerstoff als Mittel aus sechs Beobachtungen 61,0 cal/g an, für reinen Stickstoff als Mittel 49,83 cal/g (die Anzahl der Versuche ist nicht angegeben). Estreicher⁵⁾ maß die Verdampfungswärme des reinen Sauerstoffs zu 58,0 cal/g. Endlich untersuchten Fenner und Richtmyer⁶⁾ flüssige Luft und erhielten für

1) U. Behn, Ann. d. Phys. 1. p. 270—274. 1900.

2) J. S. Shearer, Phys. Rev. 14. p. 188—191. 1900.

3) H. Alt, Ann. d. Phys. 13. p. 1010—1027. 1904.

4) J. S. Shearer, Phys. Rev. 17. p. 469—475. 1903.

5) T. Estreicher, Bull. de l'Acad. des Sc. de Cracovie. p. 183 bis 196. 1904.

6) R. C. Fenner und F. K. Richtmyer, Phys. Rev. 20. p. 77 bis 85. 1905.

solche von 19,6 Proz. bis 97,6 Proz. Sauerstoffgehalt Werte, die zwischen 48,65 cal/g und 54,10 cal/g schwanken, wobei sich die ausgeglichene Kurve fast im ganzen Intervall in der Nähe des Mittelwertes von 50,966 cal/g hält, und erst von 95 Proz. an rasch anzusteigen scheint. Bei allen diesen Untersuchungen mit Ausnahme der des Verfassers kam die volumenometrische Methode zur Bestimmung der verdampften Menge in Anwendung; der Druck, auf den sich die Bestimmungen beziehen, ist der atmosphärische.

Verschiedene Unzulänglichkeiten an der vom Verfasser in der erwähnten Untersuchung benützten Versuchsanordnung ließen eine Weiterführung der Versuche mit größeren Hilfsmitteln erwünscht erscheinen; über diese soll im folgenden berichtet werden.¹⁾ Die technischen Einzelheiten der Gesamtanordnung sind, insbesondere für Gasbereitung und -verflüssigung, vielfach gleich oder identisch mit Anordnungen, die von K. T. Fischer bei anderen, noch nicht veröffentlichten Arbeiten auf dem gleichen Gebiet verwandt wurden; sie sind meist aus gemeinsamer Arbeit entstanden und sollen, soweit nötig, schon hier ausführlich angegeben werden.

Das Prinzip der angewandten Untersuchungsmethode ist dasselbe wie früher, nämlich Wägung der durch elektrische Heizung verdampften Flüssigkeitsmenge. Die volumenometrische Methode hat zwar den Vorteil, daß sich die Bestimmung des Volumens mit einer Genauigkeit durchführen läßt, die der an der Wage möglichen Gewichtsbestimmung überlegen ist; es entspricht 1 mg Flüssigkeit 1 ccm Gas, oder 1 g verdrängten Wassers; die Unsicherheit in der Messung der Temperatur des aufgefangenen Gases dürfte aber diesen Vorteil aufheben. Die Bestimmung der Verdampfungswärme unter vermindertem Druck nach dieser Methode würde außerdem wohl einen sehr komplizierten Apparat erfordern.

Um diese bei dem Wägeverfahren möglichst einwandfrei durchführen zu können, war der ganze eigentliche Meßapparat unter einen Metallrezipienten gebracht, in dem der gewünschte Druck hergestellt und erhalten wurde. Gleichzeitig sicherte

1) Eine vorläufige Beschreibung der Anordnung und Mitteilung der Versuchsergebnisse wurde gegeben in *Phys. Zeitschr.* 6. p. 346—349. 1905.

dieses Verfahren einen vollkommenen Abschluß des verflüssigten Gases gegen die atmosphärische Luft und schützte die abgekühlten Apparateile vor Berührung mit Feuchtigkeit, störendem Beschlag und Bereifung.

§ 2. Versuchsanordnung.

A. Verdampfungsapparat.

Die Einzelheiten des Apparates, in dem die Flüssigkeit verdampft und ihr Gewicht bestimmt wurde, sind aus Fig. 1 ersichtlich. Der auf vollkommenes Vakuum geprüfte Rezipient

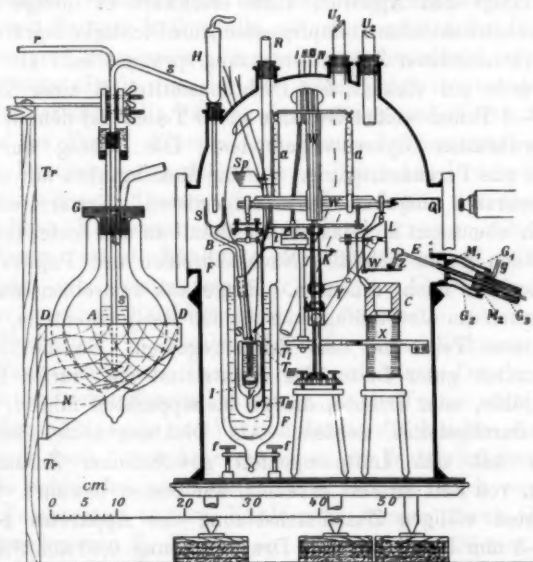


Fig. 1.

von 35 cm Durchmesser und 60 cm Höhe war aus zwei Teilen zusammengesetzt, einem aus gezogenem Messingrohr bestehenden Zylinder und einer aus Kupfer getriebenen halbkugelig abgeschlossenen Kuppel. Zwei Fenster in letzterer erlaubten die Beobachtung des im Innern mit zwei Glühlampen erleuchteten Apparates; ein größeres Fenster im unteren Zylinder diente vorzüglich dazu, nach Zusammensetzung des Ganzen

noch Änderungen im Innern vorzunehmen, da ein Abheben der mit Luftpumpenfett aufgesetzten Kuppel, nachdem das Fett angetrocknet, nicht mehr ohne Gefährdung des ganzen Apparates zugänglich erschien. Die nötigen Gas- und elektrischen Zuführungen geschahen von oben durch Tuben mit Hilfe von Gummistopfen. In den messingenen Tuben wurde der Gummi bald angegriffen; der luftdichte Schluß litt darunter, so daß ein Dichtungsmittel angewandt werden mußte. Da Öle den Gummi ebenfalls angreifen, kam nur Glyzerin in Betracht; dasselbe dringt jedoch bald tropfenweise durch und verunreinigt den Apparat; auch erschwert es infolge seiner nicht unbeträchtlichen Dampfspannung die Dichtigkeitsprüfungen. Fette verschiedener Zusammensetzung sprangen bald ab. Endlich wurde ein vorzügliches Dichtungsmittel in einer Lösung von 5—6 Teilen weißer Gelatine in 50 Teilen auf dem Wasserbad erwärmten Glyzerins gefunden. Die Lösung wurde in Röhren aus Pergamentpapier, die die Messingtuben mit weitem Zwischenraum umgaben, warm eingegossen. Erstarrt schließt sie sich ebensogut an Glas wie an Metall an und bietet monatelang einen guten Schluß. Nach Abreißen der Papierröhren läßt sie sich leicht erneuern. Ringe aus demselben Material waren auch um die Stoßfuge der beiden Rezipiententeile, sowie des unteren Teiles mit dem Teller gegossen. Da die Lösung ein ziemlich guter Leiter der Elektrizität ist, dürfen Starkstromdrähte, oder Drähte, die zu Meßapparaten führen, nicht blank durchgeleitet werden. Als Dichtungsmittel für die Fenster hat sich Luftpumpenfett gewöhnlicher Zusammensetzung, von Zeit zu Zeit erneuert, am besten bewährt. Nach der ersten völligen Zusammensetzung des Apparates betrug bei 1—5 mm Innendruck die Druckänderung 0,01 mm/Stunde; später wurde dieselbe größer, doch überschritt sie während der Versuchsreihen 0,5 mm/Stunde nicht. Der ganze Apparat stand, um Stöße von der Wage fernzuhalten, auf 3×4 Filzplatten von 11 cm Durchmesser und 1 cm Dicke. Dieser Schutz erwies sich als ausreichend.

Die Wage *W* war eine eisenfreie, mit unverstellbaren Achatschneiden bei 10 cm Balkenlänge versehene Mohrsche Wage von Reimann. An dem einen Ende hing, unter Zwischenschaltung eines verstellbaren Gehänges an drei, in

der Figur nicht gezeichneten Seidenfäden das Verdampfungsgefäß V , ein versilbertes Vakuumfläschchen von 31 ccm innerem, 70 ccm äußerem Volumen. Nahezu äquilibriert wurde dasselbe durch die an der anderen Endscheide angehängte Kupferscheibe C und die Wagschale. Das Verdampfungsgefäß schwebte mit wenig Spielraum in dem innersten Rohr des dreiwandigen Vakuumgefäßes F^1), welches, oben durch das Rohr R gehalten, zur Justierung hinreichende Beweglichkeit besaß und in richtiger Stellung durch die Schrauben f, f gehalten werden konnte. War der Zwischenraum zwischen dem eigentlichen Vakuumgefäß und dem angeschmolzenen dritten Rohr mit flüssiger Luft gefüllt, so erhielt man im Innern dieses Rohres eine Temperatur, die auch nach der oberen Öffnung zu nur wenige Grade von der der Kühlflüssigkeit abwich. Das Rohr R erlaubte die Füllung des Gefäßes und leitete den Abdampf ins Freie. Flüssige Luft konnte bei Sauerstoff nur bei tiefen Drucken verwendet werden. Bei hohen Drucken wurde mit ca. 300 ccm flüssigen Sauerstoffs gekühlt, der aus einem besonderen Kondensationsapparat durch R eingepreßt wurde. Da dieser nur als Kühlmittel dienende Sauerstoff mäßig verunreinigt sein durfte, wurde er nach der Verdampfung stets wieder in einen 300 Liter fassenden Gasometer zurückgeleitet. Der Verbrauch an flüssiger Luft für diese Kühlung betrug pro Tag 4—5 Liter. Bei den unter niedrigem Drucke durchgeführten Stickstoffversuchen wurde, um die Temperaturdifferenz zwischen Kühlflasche und Verdampfungsgefäß herabzusetzen, die kühlende Luft durch Ansetzen eines zur Wasserluftpumpe führenden Schlauches an R unter vermindertem Druck verdampft. Die Temperatur in der Kühlflasche konnte durch die drei Thermoelemente T_I , T_{II} , T_{III} aus 0,15 mm bis 0,20 mm dicken, doppelt umsponnenen Konstantan- und Kupferdraht gemessen werden. T_I und T_{II} waren fest, T_{III} konnte durch Führung an S mit Hilfe des Fadens K bis ca. 2 cm unter den Rand von V gesenkt bez. 1 cm darüber gehoben werden. Die Thermoelemente waren durch dünne Glasröhrchen, die dann mit

1) Von R. Burger in Berlin vorzüglich geblasen; die eine Flasche hielt während der gesamten, mehr als einjährigen Dauer der Versuche, obwohl die flüssige Luft häufig den Rand des eigentlichen Vakuumgefäßes bespülte.

Wachskolophonium ausgegossen wurden, ins Freie geführt; ihre zweiten Lötstellen befanden sich in Petroleum auf Eis. An den Rand des Verdampfungsgefäßes reichte auch das Rohr des Fülltrichters *S*. Derselbe wurde durch den Hahn *H* mit dem verflüssigten Gas beschickt. Zum Durchlaß flüssiger Luft zeigte sich keines der käuflichen Glashahnsysteme geeignet, alle zersprangen. Dennoch schien es wünschenswert, das flüssige Gas unter sicherem Abschluß gegen die Atmosphäre, und dabei in jederzeit regulierbarem Strome in den Verdampfungsapparat einzuführen. Diese Bedingungen erfüllte der in Fig. 2

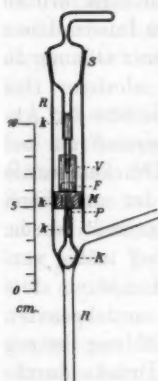


Fig. 2.

abgebildete Hahn. Der in die Verjüngung des Glasrohres *R* eingeschliffene Konus *K* konnte durch Drehung der Schraubenspindel *P* in der mit Siegelack in das Glasrohr eingekitteten Messingmutter *M* beliebig gestellt werden. Die Drehung wurde von dem Schliff *S* aus durch Vermittelung des Vierkantrohres *V*, das den etwas abgerundeten, vierkantigen Kopf *F* umfaßte, bewerkstelligt. Die Verbindung des Schliffes mit der nicht leicht vollkommen zentrierbaren Schraubenspindel war dadurch hinreichend locker, um bei Drehung einen den dichten Schluß des Schliffes beeinträchtigenden seitlichen Druck auf denselben zu verhindern.¹⁾ Die möglichst dünnwandig gehaltenen Glasteile

können ohne weitere Vorsichtsmaßregeln mit flüssiger Luft beschickt werden. Die Flüssigkeit bewegt sich nur in den untersten Teilen, so daß die Kittstellen *kk*, die übrigens völlig gegen außen abgeschlossen sind, keinen Schaden leiden. Mit Hilfe dieser Vorrichtung gelang es, flüssiges Gas ohne Gefahr selbst noch bei einem Druckunterschied von einer vollen Atmosphäre aus dem Kondensgefäß in das Verdampfungsgefäß zu bringen, was neben anderen Vorteilen eine erhebliche Ersparnis an Flüssigkeit ermöglicht; der Flüssigkeitsstrom ist jederzeit zu regulieren oder abzustellen. Obwohl infolge der etwas un-

1) Vollkommener ließe sich dieser Zweck durch Einschaltung zweier Universalgelenke, die mit zwei ineinander verschiebbaren Stücken von Vierkantrohren verbunden sind, zwischen den Schliff und die Schraube erreichen.

sicheren Führung des Konus K der Schluß desselben nicht völlig dicht erhalten werden konnte, dürfte sich doch der Hahn in vielen Fällen auch zur Feinregulierung von Gasströmen eignen. Bei einer Druckdifferenz von einer Atmosphäre ließ der völlig geschlossene Hahn nur ca. 10 ccm Luft von atmosphärischem Druck pro Stunde passieren.

Das zu verarbeitende Gas kam aus dem Herstellungsapparate zunächst in einen aus Glas geblasenen Verteiler, durch den es entweder durch das Rohr r dem Kondensgefäß A , oder direkt dem Rezipienten zugeleitet werden konnte, und der ferner ein Manometer enthielt zur Messung der Druckdifferenz zwischen Kondensgefäß und Rezipienten, ein zweites für den Druckunterschied des Rezipienten gegen die Atmosphäre, — bei dem großen Querschnitt des Rezipienten verursachte ein Überdruck von wenigen Millimetern ein Aufheben desselben vom Teller und damit meist eine Zerstörung der Justierung — endlich eine nur einseitig offene Gummibirne. Mit dieser konnte durch Ventile, die nur in Quecksilberabschlüssen bestanden, das betreffende Gas in das Kondensgefäß eingepreßt werden, wenn die Druckdifferenz Kondensgefäß — Rezipient zur Überführung der Flüssigkeit nicht genügte. Von den Gaserzeugungsapparaten an bis zum Rezipienten waren alle Leitungen aus Glas zusammengeblasen, mit Ausnahme der Ansatzstelle der Gummibirne und der Einführung der Rohre in das Kondensgefäß, die ebenfalls durch Gummi führte; diese Stelle wurde durch Glyzerin-Gelatine abgedichtet. Da sonach das Kondensgefäß an den Träger Tr fest montiert werden mußte, war die Dewarflasche D , welche die zur Verflüssigung dienende Luft enthielt, durch den Schlitten N beweglich gemacht. Mußte bei Kondensation des Stickstoffs die flüssige Luft unter niederen Druck — durch zwei gekoppelte Wasserstrahlpumpen — gesetzt werden, so bildete der Gummistopfen G , in der aus der Figur erkennbaren Form geschnitten, einen vollkommenen luftdichten Schluß, der sich bei sinkendem Druck im Innern der Dewarflasche von selbst erhielt. Durch das Steigrohr ss und den Hahn H gelangte die Flüssigkeit zunächst in das hutförmige sogenannte „Soxhletfilter“ des Fülltrichters S , durch das sie in vollkommen klarem Strom abfloß.

Zum Verdampfen konnte die Flüssigkeit durch die Heizspirale J aus 0,1 mm starkem Manganindraht gebracht werden. Kupferschienen von 5 mm² Querschnitt führten den Strom zu; von ihren oberen, horizontal gebogenen Enden gingen vier Drähte, anfangs aus 0,3 mm starkem Kupfer, später aus 0,14 mm dickem Silber, zu dem Glasstäbchen B ; von hier führten vier Silberlammettastreifen t , 0,35 mm breit, 0,02 mm dick, zu den auf einer Hartgummiplatte aufgeschraubten Kabelschuhen P , von wo Kabel durch einen Tubus nach außen leiteten; die Durchführungen durch den Gummistopfen geschahen in Glasröhren, die weit über den Gummi hinausragten, durch einen am Ende eingeschmolzenen Platindraht, um die Isolierung der Drähte gegeneinander und von dem Rezipienten zu sichern. Die Vorgänge im Innern der Kühlflasche und im Verdampfungsgefäß konnten durch den Spiegel Sp deutlich beobachtet werden.

Zur Bedienung der Wage diente der Stahldraht E . Ein durch Vermittelung des eingelöteten Messingstückes M_1 an einem seitlichen Tubus befestigter weiter Gummischlauch G_1 , welcher seinerseits durch das Messingstück M_2 mit dem Druckgummischlauch G_2 zusammenhing, gestattete die seitliche Bewegung des Drahtes innerhalb eines durch M_1 vorgeschriebenen Kegels von ca. 90° Öffnung. Innerhalb dieses Schlauches ging der Draht durch ein eng anschließendes Messingrohr, damit der durch den äußeren Luftdruck breitgedrückte Schlauch das Gleiten des Drahtes nicht verhindere. Durch Pressen und Ziehen des 36 cm langen Schlauches G_2 konnte dann der Draht um ca. 7 cm in seiner eigenen Richtung verschoben werden. Hierdurch hatte das Ende des Drahtes beträchtlichen Spielraum. Die ganze Vorrichtung hielt sehr gut dicht. Um jedes Eindringen von Luft durch die Verbindungsstellen von G_1 mit M_1 und M_2 zu verhindern, war über G_1 noch der weitere Schlauch G_3 gezogen; der Zwischenraum zwischen G_1 und G_2 stand durch g mit einem Glyzerinbehälter in Verbindung, so daß alle Fugen ständig unter Glyzerin standen. Die Zange Z diente zum Bewegen der Gewichte, die, wenn nicht gebraucht, neben der Wagschale auf nicht gezeichneten Tischen standen. Ferner konnte durch Angreifen von E an dem Speichenrädchen L die Arretierung Y der Wage betätigt werden, die so eingerichtet war, daß sie gleichzeitig als verstellbarer Anschlag für die Wag-

balken dienen konnte. Endlich wurde durch ein ähnliches nicht gezeichnetes Triebwerk der um eine Welle gewundene, mit einem Gegengewicht gespannte Faden K des Thermoelementes T_{III} angezogen oder nachgelassen. Durch Übung wurde eine ziemliche Sicherheit im Bedienen der Wage erlangt; war freilich, was von Zeit zu Zeit vorkam, ein Gewicht herabgefallen, so konnte es nur durch Öffnen eines Fensters wieder an seinen Platz gebracht werden. Als Gewichte dienten außer einem gewöhnlichen vergoldeten Messinggewichtssatz für die Gramme selbst gefertigte Gewichte aus Aluminiumdraht mit Ösen zu 500, 400, 300, 200, 100 mg, sowie Drahtstücke in Tetraederform für 50 mg und 20 mg in größerer Anzahl; letztere Form ermöglicht ein sicheres Aufheben des Gewichtes, wie es auch immer fällt.

Die Bewegung der Wage war durch den mit ca. 5 Amp. beschickten Elektromagneten X , dessen Polschuhe die Kupferscheibe C eng umgaben, aperiodisch gedämpft; ihre Bewegung wurde an einem über die Gabel Q gespannten Spinnfaden durch das Mikroskop beobachtet. Die Thermometer aa dienten zur Beobachtung der Temperatur in der Nähe der Wagbalken.

Das ganze Innere des Rezipienten wurde nach jeder nötigen Öffnung durch Phosphorpentoxyd, das in flachen Glasröhrn auf eine Fläche von ca. 600 cm² verteilt war, unter geringem Drucke scharf getrocknet.

B. Druckmessung und Regulierung.

Aus dem Rezipienten entführte das Rohr U_1 das verdampfte Gas. Damit die hierdurch verursachte Strömung weder die Wage noch das an U_1 angeschlossene Barometer beeinflusse, war U_1 bis in die Mitte des Rezipienten herabgeführt. Zur Erhaltung konstanten Druckes im Rezipienten mußte eine automatisch wirkende Vorrichtung in Anwendung kommen, da die große Zahl der übrigen Beobachtungen eine ständige Beaufsichtigung des Barometers und Regulierung des Druckes nicht zuließ. Die Einrichtung dieses auf dem Prinzip der Mariotteschen Flasche beruhenden Druckregulators zeigt Fig. 3. An das Rohr a war der Rezipient angeschlossen; er stand durch das 2 cm weite Rohr b mit dem Ausströmungsröhr c von 7 mm Weite in Verbindung. Andererseits war

durch d der obere Teil des 3,2 cm weiten Rohres A mit einem großen, 370 Liter fassenden eisernen Behälter R_1 verbunden. Dieses Rohr A kommunizierte unten durch das mit dem Hahn H_1 versehene Rohr f mit der Kugel B , die ihrerseits an einem zweiten, ebenfalls 370 Liter haltenden Behälter R_2 angeschlossen war.

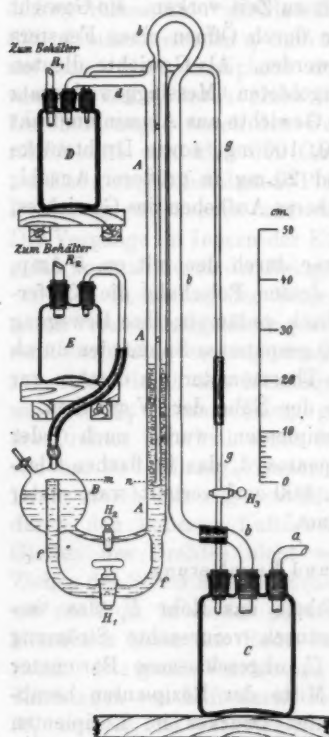


Fig. 3.

B und ein Teil von A sind mit konzentrierter Schwefelsäure gefüllt. Besteht zwischen R_1 und R_2 eine Druckdifferenz, so nimmt die Schwefelsäure in A einen gewissen Stand ein; das Gas, das durch c ausströmt, hat aber bekanntlich nur den Druck zu überwinden, der in B und R_2 herrscht, vermehrt oder vermindert um den Druck der Flüssigkeitssäule mn , die aus praktischen Gründen hier ungefähr gleich Null genommen wurde. Für Konstanz des Druckes in B sorgt R_2 , denn wenn auch im Betrieb Säure in B eintritt, so ruft diese Volumänderung bei 370 Liter Gesamtvolum nur eine kaum merkliche Druckänderung hervor. Um das Niveau in B konstant zu halten, durfte f nicht unten in B einmünden, sondern es mußte der Überlauf m angebracht werden; hierdurch wurde zur Einstellung des Apparates der Hahn H_2 nötig. Diese erfolgte so, daß bei geschlossenen Hähnen H_1 und H_2 zuerst in R_2 — B ungefähr der gewünschte Druck hergestellt wurde; so dann wurde R_1 bei geöffnetem H_2 eventuell mitsamt dem damit verbundenen Versuchsapparate evakuiert, bis in A eine Flüssigkeitssäule von ausreichender Höhe erreicht war. Wurde dann H_2 geschlossen, H_1 geöffnet und der Druck in B — R_2 vor-

war. B und ein Teil von A sind mit konzentrierter Schwefelsäure gefüllt. Besteht zwischen R_1 und R_2 eine Druckdifferenz, so nimmt die Schwefelsäure in A einen gewissen Stand ein; das Gas, das durch c ausströmt, hat aber bekanntlich nur den Druck zu überwinden, der in B und R_2 herrscht, vermehrt oder vermindert um den Druck der Flüssigkeitssäule mn , die aus praktischen Gründen hier ungefähr gleich Null genommen wurde. Für Konstanz des Druckes in B sorgt R_2 , denn wenn auch im Betrieb Säure in B eintritt, so ruft diese Volumänderung bei 370 Liter Gesamtvolum nur eine kaum merkliche Druckänderung hervor. Um das Niveau in B konstant zu halten, durfte f nicht unten in B einmünden, sondern es mußte der Überlauf m angebracht werden; hierdurch wurde zur Einstellung des Apparates der Hahn H_2 nötig. Diese erfolgte so, daß bei geschlossenen Hähnen H_1 und H_2 zuerst in R_2 — B ungefähr der gewünschte Druck hergestellt wurde; so dann wurde R_1 bei geöffnetem H_2 eventuell mitsamt dem damit verbundenen Versuchsapparate evakuiert, bis in A eine Flüssigkeitssäule von ausreichender Höhe erreicht war. Wurde dann H_2 geschlossen, H_1 geöffnet und der Druck in B — R_2 vor-

sichtig etwas erniedrigt, bis die Säure den Überlauf erreichte, so war die Einstellung für den Versuch fertig. Durch die Leitung g mit dem Hahn H_3 konnte in R_1 und dem Versuchsapparat gleicher Druck hergestellt, oder der Regulator ganz ausgeschaltet werden. Die Wulffschen Flaschen C, D, E dienten dazu, bei etwaigen Störungen, die nicht ausblieben, das Übersteigen von Schwefelsäure in andere Apparate zu verhindern.

Der Apparat funktionierte mit einer für den gewünschten Zweck völlig ausreichenden Genauigkeit von ca. 0,2 mm. Allerdings war der Druck im Rezipienten infolge des nur 7 mm weiten Rohres c und anderer Verengungen in der Leitung nicht ganz von der Geschwindigkeit des Gasstromes unabhängig; bei konstanter Verdampfungsgeschwindigkeit blieb er jedoch konstant. Die Weite von 7 mm hatte sich bei Vorversuchen als die beste erwiesen; weitere und engere Rohre, sowie andere Düsenformen ergaben größere Druckschwankungen bei Abstoßung der gebildeten Blasen. Der Apparat war für eine durchströmende Gasmenge von 30 Liter = 30 g verarbeitete Flüssigkeit bei jeder Einstellung berechnet. Bei den von mir verdampften 5–8 g genügte eine Flüssigkeitssäule in A von 15–20 cm Höhe.

Gemessen wurde der Druck an einem an U_1 , Fig. 1 angeschlossenem Heberbarometer von 12 mm Schenkelweite (von Johannes Greiner in München) mit Spiegelskala.

C. Elektrischer Meßapparat.

Die in Fig. 1 mit I, II, III, IV bezeichneten Drähte führten zum elektrischen Meßapparat; es wurde die Spannung an den Enden II und III der Heizspirale und die Spannung an den Klemmen eines Normalwiderstandes R gemessen, indem diesen abwechselnd ein Widerstand W von 75 000 bis 100 000 Ω (Fig. 4), parallel geschaltet und mit Hilfe eines

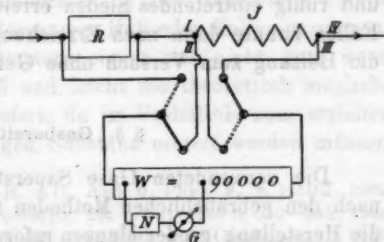


Fig. 4.

Weston-Normalelementes *N* die Spannung an den Enden dieses Widerstandes einkompensiert wurde. Ferner ließ der Meßapparat die elektromotorische Kraft der drei Thermo-elemente durch Kompensation bestimmen, endlich erlaubte er eine Messung des Widerstandes nach einer Brückenschaltung.

In Zusammenhang mit dieser Schaltung stand eine Vorrichtung zum Schließen des Stromes. Es zeigte sich, daß bei tiefen Drucken das einfache Anschließen der Betriebsspannung von 6 Volt an die Heizspirale nicht genügte, um die Flüssigkeit zum Sieden zu bringen; die hierdurch zugeführte Energie verursachte nämlich häufig nur eine Überhitzung der Flüssigkeit, bis plötzlich explosiv die ganze Flüssigkeitsmenge aus dem Verdampfungsgefäß geschleudert wurde. Dagegen konnte mit einer Spannung von 12—24 Volt das Sieden sofort eingeleitet werden, doch war die durch diese Spannung bedingte Stromstärke für die Durchführung eines Versuches zu groß. Es wurde deshalb ein Pendelkontakt benützt, bei dem eine durch einen Quecksilbertropfen schneidende Platinspitze einen Stromstoß mit hoher Spannung in die Heizspirale schickte. Unmittelbar nachdem die Spitze das Quecksilber verlassen hatte, schloß das Pendel automatisch den von 6 Volt gespeisten Betriebsstrom; gleichzeitig wurde durch das Pendel der Beginn des Stromschlusses auf dem elektrischen Chronographen markiert. Dieselbe Vorrichtung diente dazu, bei der Füllung des Verdampfungsgefäßes unter tiefem Drucke Siedeverzüge zu vermeiden, indem während des Absaugens bis zu dem gewünschten Drucke durch kontinuierlich unterhaltene Schwingungen des Pendels und dadurch hervorgerufene Stromstöße ein periodisch und ruhig eintretendes Sieden erreicht wurde; in den meisten Fällen konnte dann nach Erreichung des gewünschten Druckes die Heizung zum Versuch ohne Gefahr eingeleitet werden.

§ 3. Gasbereitung.

Die verwendeten Gase Sauerstoff und Stickstoff wurden nach den gebräuchlichen Methoden mit Modifikationen, wie sie die Herstellung großer Mengen erforderte, bereitet. Der Stickstoffapparat war im wesentlichen dem von K. T. Fischer

und mir schon früher¹⁾ benutzten ähnlich. Die Darstellungsweise war nach den Angaben von Knorre²⁾ verändert. Hierdurch konnte die lästige Bedienung des Tropftrichters wegfallen. Ferner stand ein großer, 300 Liter fassender Glockengasometer aus Zinkblech mit Wasserfüllung zur Verfügung; da eine Füllung der Entwicklungsflasche 130 Liter Gas lieferte, konnte so die Entwicklung fast unbeaufsichtigt vor sich gehen. Die Reinigungsflaschen wurden vermehrt; als wirksamstes Reinigungsmittel erwiesen sich aber die Ausfriergefäße nach Fischer³⁾, von denen eines in den Gasweg zwischen Entwicklungskolben und Gasometer, ein zweites zwischen die auf den Gasometer folgenden Wasch- und Trockengefäße und die Verbrennungsöfen geschaltet wurde. Messungen der Siedetemperatur und des Erstarrungsdruckes ließen auf einen außerordentlich hohen Grad von Reinheit schließen. K. T. Fischer hat sich eingehender mit der Analyse des verarbeiteten Stickstoffs beschäftigt, worüber an anderem Orte berichtet werden wird. Nach Privatmitteilung darf die Verunreinigung des Stickstoffs mit Sauerstoff und Sauerstoff enthaltenden Gasen bei Eintritt in die Verbrennungsröhren bei sorgfältiger Arbeit zu 0,05 Proz., beim Austritt aus denselben noch kleiner angenommen werden.

Bei der Herstellung von Sauerstoff begegnet man vor allem der Schwierigkeit, daß im Gegensatz zu Stickstoff das Gas von den Beimengungen, mit Ausnahme der Kohlensäure, sehr schwer zu reinigen ist, und daß bei Aufbewahrung in Metallgasometern durch chemische Prozesse zwischen Metallwand, Sperrflüssigkeit und dem eingeschlossenen Gas, eventuell auch der atmosphärischen Luft die Verunreinigung fortwährend zunimmt. Für die Massenherstellung des Sauerstoffs konnte nur die Erzeugung aus chlorsaurem Kali oder Kaliumpermanganat in Betracht kommen. Letztere eignet sich nicht gut, wenn sie auch reinen Sauerstoff und leicht die theoretisch mögliche Ausbeute von 10 Proz. liefert, da im Verhältnis zum erzielten Sauerstoff zu große Mengen Substanz erhitzt werden müssen.

1) K. T. Fischer und H. Alt, Ann. d. Phys. 9. p. 1150 ff. 1902.

2) Knorre, Die chem. Industrie. 25. p. 531—536 u. 550—555. 1903.

3) Beschrieben in H. Ebert, Anleitung zum Glasblasen. 3. Aufl. p. 66. 1904.

Reines chloresäures Kali ist nur in der Eisenretorte zweckmäßig, von der aber aus Reinlichkeitsgründen und wegen des umständlichen Verschlusses Abstand genommen werden mußte. Bei Verwendung von Glas pflegt selbst in der Hartglasretorte, wie frühere Erfahrungen lehrten, die letzte stürmische Entwicklung ein Durchtreiben des Kolbens hervorzurufen. So blieb nur mehr die Darstellung aus chloresäurem Kali mit Zusatz übrig, durch welchen bekanntlich die Temperatur der Entwicklung so weit herabgesetzt wird, daß selbst für Glaskolben aus weichem Glas oder Jenenser Glas keine Gefahr der Deformation besteht, um so weniger, als die geringe erforderliche Erhitzung die Verwendung des Sandbades erlaubt. Braunstein als Zusatz scheint wegen seiner mangelhaften Reinheit von vornherein verdächtig. Zeigt doch schon das häufige Aufblitzen von Funken in einer Mischung aus chloresäurem Kali und Braunstein die Anwesenheit organischer Substanz an. Spätere Analysen zeigten allerdings, daß der auf diese Weise erzielte Sauerstoff nicht weit von der Grenze der erreichten Reinheit entfernt ist. Da nun Kaliumpermanganat beim Erhitzen reinen Sauerstoff abgibt und dabei in Braunstein und das Manganat zerfällt, lag es nahe, eine Mischung aus chloresäurem und übermangansäurem Kali zu verwenden, da letzteres als kristallisierter Körper mehr Garantie für Reinheit bietet. Besondere, systematisch angestellte Versuche des Verfassers ergaben schließlich ein außerordentlich bequemes Herstellungsverfahren, bei dem lediglich das Mischungsverhältnis sorgfältige Beobachtung erfordert. Zu wenig Permanganat verursacht explosive Entwicklung, zu viel verhindert die volle Ausbeute, denn es bleiben in der Masse, die nicht gleichmäßig durchschmilzt, unverbrauchte Reste übrig. Eine Mischung von 5 Teilen KClO_3 und 1 Teil KMnO_4 ergab einerseits eine vollkommen stetige Entwicklung, andererseits eine vollständige Ausbeute, die gleich ist der Summe der Ausbeute aus den einzelnen Komponenten und bekanntlich für reines chloresäures Kali 39 Proz. beträgt. Der Schwierigkeit des Aufbewahrens wurde, soweit möglich, durch die Wahl der Sperrflüssigkeit im Gasometer begegnet. Vorversuche mit käuflichem, möglichst reinem Paraffinöl, das zunächst als das am wenigsten aktive erscheinen könnte, sowie mit Glycerin ergaben eine Überlegenheit des letzteren. Blankes

Kupfer und blankes Zink zeigten in Paraffinöl schon nach kurzer Zeit Beschläge, während sie in Glycerin selbst zu einem Element Kupfer-Glycerin-Zink vereinigt, wochenlang unverändert blieben, und nach Monaten nur Spuren eines Angriffs zeigten. Es wurden zwei Probegasometer, der eine mit Paraffinöl, der andere mit Glycerin gefüllt. Analysen auf den Sauerstoffgehalt zeigten folgende Verunreinigungen:

	Paraffinöl	Glycerin
Unmittelbar nach dem Auffangen	0,50 Proz. ¹⁾	0,20 Proz.
nach 120 ^h	0,85 "	— "
nach 178 ^h	1,00 "	0,20 "
nach 198 ^h	— "	0,25 "

Aus diesen Vorversuchen ergab sich die aus Fig. 5 ersichtliche Einrichtung, die wenig Erklärung bedarf. *A* ist der ge-

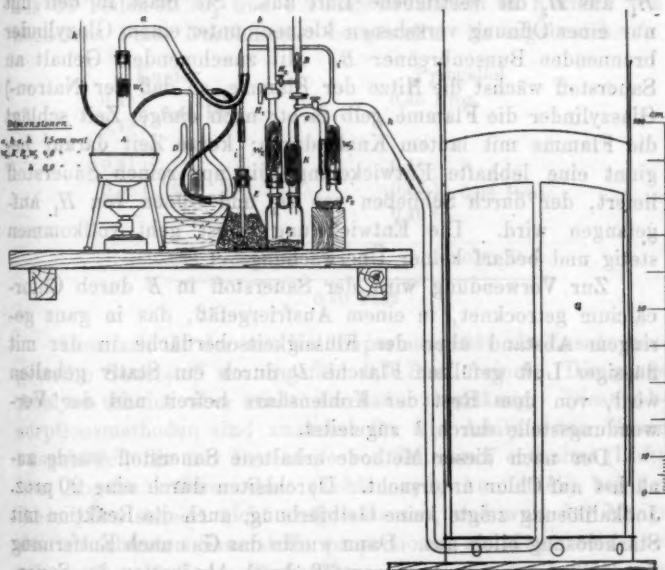


Fig. 5.

wöhnlich mit 600 g der beschriebenen Mischung beschickte Entwicklungskolben, ein möglichst langhalsiger, 2 Liter fassen-

1) Verunreinigung so stark, weil die Entwicklungsgefäße noch nicht mit Sauerstoff durchgespült waren.

der Rundkolben, meist aus Jenenser Glas. Die Mischung ist in der Reibschale gut zerrieben, die Erwärmung erfolgt auf dem Sandbad. Die Glaswollestopfen W_1, W_2, W_3 halten den sich bildenden Staub von Kaliummanganat zurück; das mit Natronkalk gefüllte Gefäß K dient zur teilweisen Entfernung der Kohlensäure, das Phosphorpentoxyd P_1, P_2 zum Trocknen des Gases. Sämtliche Querschnitte sind, des lebhaften Gasstromes wegen, möglichst groß gewählt. Von dem den Kolben abschließenden Gummistopfen ist der heiße Gasstrom durch tiefes Einschieben von a fernzuhalten, da der Gummi sonst leicht im heißen Sauerstoffstrom zu brennen beginnt. Während der Entwicklung ist der Gasometer G ungefähr äquilibriert. Vor Beginn der Entwicklung strömt bei geschlossenem H_1 aus H_2 die vertriebene Luft aus. Sie bläst in den mit nur einer Öffnung versehenen kleinen, unter einem Glaszylinder brennenden Bunsenbrenner B . Mit zunehmendem Gehalt an Sauerstoff wächst die Hitze der Flamme, so daß der (Natron-) Glaszylinder die Flamme gelb färbt; nach einiger Zeit schlägt die Flamme mit lautem Knall durch; kurze Zeit darauf beginnt eine lebhafte Entwicklung, die nur reinen Sauerstoff liefert, der durch Schließen von H_2 und Öffnen von H_1 aufgefangen wird. Die Entwicklung selbst geht vollkommen stetig und bedarf keiner Überwachung.

Zur Verwendung wird der Sauerstoff in E durch Chlorkalcium getrocknet, in einem Ausfriergefäß, das in ganz geringem Abstand über der Flüssigkeitsoberfläche in der mit flüssiger Luft gefüllten Flasche D durch ein Stativ gehalten wird, von dem Rest der Kohlensäure befreit und der Verwendungsstelle durch k zugeleitet.

Der nach dieser Methode erhaltene Sauerstoff wurde zunächst auf Chlor untersucht. Durchleiten durch eine 20 proz. Jodkalilösung zeigte keine Gelbfärbung, auch die Reaktion mit Stärkelösung blieb aus. Dann wurde das Gas nach Entfernung der Kohlensäure im Ausfriergefäß durch Absorption des Sauerstoffs auf den nicht aus Sauerstoff bestehenden Gasrest untersucht. Verwendet wurde sowohl die Analyse mit pyrogallussaurem Kali¹⁾ und Kupfer in Ammoniak, wobei das Gas in

1) Die Absorption erfolgte in der zusammengesetzten Hempelschen Pipette durch anhaltendes Schütteln. Die Beendigung der Absorption

der einfachen mit Wasser gefüllten Burette aufgefangen wurde. Diese Analysen zeigten folgendes:

Kupfer		Pyrogallol	
0,30	} 0,31 Proz.	0,30	} 0,29 Proz.
0,31			
0,31			
0,30	} 0,28 Proz.	0,30	} 0,28 Proz.
0,25			
0,25			
0,30 Proz.		0,29 Proz.	
0,30 Proz.			

Zum Vergleich wurde mit demselben Apparat Sauerstoff aus 60 Teilen KClO_3 und 9 Teilen Braunstein in Körnern von höchstens 1 mm Durchmesser hergestellt. Es ergab sich:

Kupfer		Pyrogallol	
0,43	} 0,44 Proz.	0,45	} 0,45 Proz.
0,45			
0,31	} 0,33 Proz.	0,41	} 0,39 Proz.
0,35			
		0,37	
		0,40	
0,38 Proz.		0,42 Proz.	
0,40 Proz.			

Hiernach ist der mit Kaliumpermanganat als Zusatz hergestellte Sauerstoff um ungefähr 0,1 Proz. reiner. Die ganze Analyse scheint aber nicht durchaus zuverlässig. Diese Absorptionsmethoden sind zunächst für die Analyse von Gasen ausgebildet, die nur Bruchteile von Sauerstoff enthalten (Luft). Die Abgabe anderer Gase (Kohlenoxyd, Ammoniak) bei der Absorption scheint nicht ausgeschlossen, und wird der Menge des absorbierten Sauerstoffs proportional zu setzen sein, bei reinem Sauerstoff also fünfmal so groß, als bei der Luftanalyse.

läßt sich bei Tageslicht deutlich an der Farbe der Flüssigkeitsoberfläche erkennen. Die Lösung, in Gegenwart von Sauerstoff geschüttelt, zeigt eine mattbraune Oberfläche; ist aller Sauerstoff absorbiert, so nimmt sie einen grünlichen, metallischen Glanz an, der auch bei erneutem Schütteln nicht mehr verschwindet.

Hempel¹⁾ führt eine Vergleichung der Absorption des Luft-sauerstoffs durch pyrogallussaures Kali mit Luftanalysen durch das Kupfereudiometer und durch Wasserstoffverbrennung an. Dabei stimmen die mit Pyrogallussäure erhaltenen Werte bis auf tausendstel Prozent mit den anderen überein, er erwähnt aber besonders, daß diese Angabe sich auf den Gehalt der Luft an Sauerstoff und Kohlensäure bezieht. Sonach müssen die ungefähr 0,04 Prozent Kohlensäure, die in der Lösung verschwunden sind, durch ebensoviel anderes Gas ersetzt worden sein. Multipliziert man diese Zahl mit 5, so kommt man auf 0,2 Proz. abgegebenen Gases. Jedenfalls darf man den obigen Gehalt an Fremdgas als die *obere Grenze* der Verunreinigung betrachten. Eine Kontrolle der Absorptionsanalyse durch Verbrennung mit Phosphor oder Kupfer im Eudiometer scheiterte an technischen Schwierigkeiten, zu deren Überwindung mir die Zeit nicht blieb.

§ 4. Ausführung der Versuche.

Vor Beginn eines Versuches wurde die Kühlflasche so hoch als möglich mit flüssiger Luft gefüllt, sodann Flüssigkeit in das Verdampfungsgefäß eingebracht. Nach Herstellung des gewünschten Druckes und Inbetriebsetzung des Druckregulators erfolgte eine Temperaturmessung aller drei Thermoelemente, Ablesen der Thermometer an den Wagbalken, dann Einschalten der Dämpfungsmagnete, Äquilibrierung der Wage und Beobachtung eines Markendurchganges. Derselbe wurde auf einem elektrischen Chronographen, dessen zweite Feder von der Sekundenuhr des Institutes angetrieben wurde, markiert, und zwar immer drei Durchgänge durch drei äquidistante Marken. Hierauf wurden 20 mg (50 mg) von der Wage abgehoben, und die Zeiten zwischen je zwei Durchgängen am Chronographen aufgezeichnet. Diese Beobachtungen lieferten die Verdampfungs-geschwindigkeit ohne Stromgang: „*äußere Verdampfung*“. In den Pausen zwischen zwei Durchgängen wurde der Druck abgelesen, eventuell die Temperatur von T_m bestimmt. Nach mehreren Markendurchgängen erfolgte Stromschluß; während

die in der Luft befindliche Kohlensäure durch die pyrogallussaure Lösung absorbiert wird, so wird die Luft durch die Kohlensäure verunreinigt.

1) W. Hempel, Gasanalytische Methoden. 3. Aufl. p. 184. 1900.

des Stromganges wurde Spannung und Stromstärke wiederholt beobachtet, dazwischen der Druck und die Temperatur von T_{III} meist einige Male bestimmt. Nachdem 5—8 g verdampft waren, wurde der Strom geöffnet, die Verdampfung nach dem Versuch verfolgt und wieder Druck und Temperatur von T_{III} gemessen.

Eine Bestimmung der Temperatur von T_I und T_{II} , sowie des Widerstandes der Heizspirale bildete den Schluß des Versuches.

Die Versuche wurden in zwei Reihen ausgeführt. Bei der zweiten Reihe unterschied sich der Apparat von dem der ersten Reihe dadurch, daß an Stelle der Kupferzuleitungsdrähte zur Heizspirale Silberdrähte eingezogen waren, und daß das bewegliche Thermoelement, das bei den ersten Reihen fehlte, neu hinzukam. Erstere Änderung war von wesentlichem Einfluß auf die Genauigkeit der Versuchsergebnisse, denn sie hatte zur Folge, daß die Wärmezufuhr zur Flüssigkeit durch die Drähte bei der zweiten Reihe durchschnittlich nur den vierten Teil derjenigen bei der ersten Reihe betrug. Die Versuche erstrecken sich bei Stickstoff über das Gebiet von 713 mm bis 94,3 mm (Erstarrungsdruck 94 mm), bei Sauerstoff von 713 mm bis 35 mm. Die Sauerstoffversuche bei tiefen Drucken waren sehr zeitraubend, da trotz des auf p. 750 beschriebenen Absauge- und Stromschließverfahrens die Verdampfung nicht immer ruhig eintrat, oder durch die Verluste beim Absaugen, wenn der gewünschte Druck erreicht war, die Flüssigkeitsmenge zur Durchführung eines Versuches nicht mehr genügte. Als deshalb ein Überschlag zeigte, daß sich unterhalb der erreichten Grenze nichts wesentlich Neues ergeben werde, wurde auf eine Erniedrigung des Druckes unter 35 mm verzichtet, wenn auch die technischen Hilfsmittel ein Herabgehen bis zu 20 mm vielleicht erlaubt hätten. Zur Verwertung liegen im ganzen 100 Versuche vor. Abgesehen von einer Anzahl einleitender Versuche, und solcher, die schon vor der Bearbeitung wegen unregelmäßigen Ganges der äußeren Verdampfung (meist verursacht durch eine Störung der Justierung der Wage durch die Erschütterungen des Fläschchens beim Sieden) auszuschneiden waren, wurde nur ein Versuch aus später zu erwähnendem Grunde nachträglich aus dem Dia-

gramm entfernt. Die Versuche gruppieren sich folgendermaßen:

	Anzahl	Sauerstoff	Anzahl	Stickstoff
I. Reihe	20	610 mm bis 47 mm	29	710 mm bis 95 mm
II. Reihe	30	713 " bis 35 "	21	713 " bis 94,8 "

Aus der Gleichung

$$0,239 \, e i t = m r,$$

wo e, i, t Stromstärke, Spannung und Zeit, m und r verdampfte Masse und Verdampfungswärme bedeuten, ergibt sich:

$$r = \frac{0,239 \, e i t}{m};$$

die in dieser Formel auftretenden Größen wurden im einzelnen, wie im folgenden beschrieben, bestimmt, eventuell korrigiert.

§ 5. Berechnung der Versuchsergebnisse.

A. Masse.

Die durch Stromzufuhr allein verdampfte Masse ergibt sich als Differenz der Verdampfung überhaupt und der Verdampfung durch äußere Wärmezufuhr. Bei der Wägung dieser Mengen kann man von dem Auftrieb der Gewichtsstücke absehen, da diese Korrektur mit ca. $\frac{1}{6000}$ unwesentlich ist. Die Ungleicharmigkeit der Wage bedingt ebenfalls nur einen zu vernachlässigenden Fehler. Die Angaben der Thermometer neben den Wagbalken differierten, trotzdem das eine sich über der Kühlflasche, das andere über dem warmen Magneten befand, während eines Versuches von höchstens 1° ; da zudem diese Differenz während eines Versuches konstant blieb, kommt eine Korrektur wegen einer Änderung des Wagbalkenverhältnisses nicht in Frage. Die Gewichte, sowohl der vergoldete Satz als auch die Aluminiumgewichte waren mit einem von der physikalisch-technischen Reichsanstalt geprüften Quarzgewichtsatz bez. den Platinbruchgrammen desselben verglichen worden. Ein Einfluß von Stromschwankungen im Dämpfungsmagneten auf die Wage konnte nicht beobachtet werden, außer in einem Falle, als an die Starkstromleitung ein großes Induktorium mit Wehneltunterbrecher angeschlossen war; dies rief ein Vibrieren des Kokonfadens im Mikroskop hervor. Durch die

vier zur Stromzuleitung nötigen Silberstreifen wurde zwar die Schwingungsdauer der Wage, nicht aber ihre Einstellungs-
genauigkeit beeinflusst, wie Versuche zeigten; man erinnere
sich übrigens, daß bei den Drehspulengalvanometern eine ähn-
liche Beeinträchtigung der Bewegungsfreiheit vorhanden ist,
gute Galvanometer aber trotzdem einen vollkommen konstanten
Nullpunkt besitzen. Von beträchtlicher Größe ist bei der tiefen
Temperatur der Auftrieb des Verdampfungsgefäßes. Hiervon
wird unten noch die Rede sein. Eine Fälschung des Gewichtes
durch Bereifung der kalten Teile war bei der vollkommenen
Trockenheit des Rezipienten ausgeschlossen, wie auch ein di-
rekter Augenschein zeigte. Die Reflexe an dem versilberten
Verdampfungsgefäß zeigten niemals die geringste Trübung.

Zur Ermittlung der durch Wärmezufuhr von außen während
des Versuches verdampften Menge dienen die Beobachtungen
der Verdampfung vor und nach der Heizung. Behn, Est-
reicher, Shearer und Fenner und Richtmyer scheinen
diese Größe während der Heizung gleich dem Mittelwerte aus
den Werten vorher und nachher gesetzt zu haben. Diese
Annahme ist nach meinen Erfahrungen bei solchen Versuchs-
anordnungen, bei denen Metalldrähte, deren eine Enden sich
auf Zimmertemperatur befinden, in die verdampfende Flüssig-
keit geführt werden, nicht erlaubt. Ich erhielt vielmehr stets,
sobald nach Öffnung des Stromes die Durchgänge wieder beob-
achtet werden konnten, einen beträchtlich geringeren Wert
der Verdampfung; demnach verursacht also obige Annahme
zu große Werte der Verdampfungswärme. Die Art der Be-
rechnung der äußeren Verdampfung hat bei weitem den größten
Einfluß auf das Endresultat; die Fehler aller anderen ge-
messenen Größen verschwinden dagegen. Es muß deshalb auf
die von mir angewandte Berechnungsart ausführlicher ein-
gegangen werden.

Der größte Teil der Wärmezufuhr kommt auf Rechnung
der elektrischen Leitungsdrähte; die Wände des Verdampfungs-
gefäßes sind bei allen benützten Anordnungen so stark ab-
gekühlt, daß sie nur eine geringe Wärmemenge der ver-
dampfenden Flüssigkeit zuführen können. Es lassen sich
übrigens beide Komponenten demselben Schema einordnen.
Man hat sich den Leitungsvorgang etwa folgendermaßen vor-

zustellen (vgl. Fig. 6): Ein leitender Stab c — dessen unteren Teil man sich noch in einer der Dicke und Leitfähigkeit der Gefäßwände entsprechenden Weise verdickt denken kann — wird an einem Ende auf Zimmertemperatur, am anderen Ende auf der Temperatur der siedenden Flüssigkeit gehalten. Der

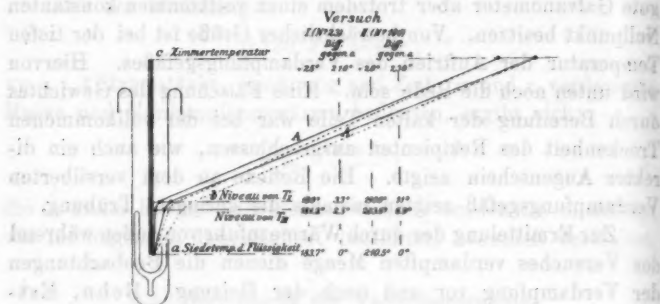


Fig. 6.

Stab ist von einer Gasmasse umgeben, deren Temperaturverteilung hauptsächlich durch die Höhe und Temperatur der flüssigen Luft in der Kühlflasche bestimmt ist. Mit Hilfe des beweglichen Thermoelementes erhielt ich wenigstens für einen bestimmten Bereich ein Bild der Verteilung der Temperatur. (Letztere ist in Fig. 6 in horizontaler Richtung nach rechts hin abgetragen.) Demnach ändert sich in dem Verdampfungsgefäße bis in die Nähe des Niveaus des Thermoelementes T_m die Temperatur linear mit der Höhe. Von b bis c wurde dann ebenfalls eine solche Änderung angenommen, so daß die Temperaturverteilung im umgebenden Gas durch die ausgezogene Kurve A dargestellt ist; es zeigte sich, daß während der Heizung diese Temperaturverteilung nur ganz wenig geändert wird, da sie in der Hauptsache durch die Temperatur der Kühlflasche bestimmt ist. Im Stab wird diese Verteilung nicht herrschen. Das umgebende Gas, das, solange nicht geheizt wird, fast stagniert — es bewegt sich im Mittel mit einer Geschwindigkeit von 0,014 cm/sec im Verdampfungsgefäß — wird teilweise als Wärmeisolator wirken, so daß sich im Stab und in der ihm unmittelbar anliegenden Gasschicht eine Temperaturverteilung einstellt, die sich mehr der linearen nähert,

die eintreten müßte, wenn der Stab vollständig isoliert wäre. (Gestrichelte Kurve im Diagramm.) Beginnt nun nach Stromschluß das kalte verdampfende Gas mit großer Geschwindigkeit — 30 bis 100mal so rasch wie vorhin — an der Oberfläche des Stabes vorbeizuströmen, so wird sich die Temperatur des Stabes mehr der des umgebenden Gases (ausgezogene Kurve) nähern. Die der verdampfenden Flüssigkeit durch den Stab zugeführte Wärmemenge ist aber von dem Temperaturgradienten im unteren Teil des Stabes abhängig; es wird also während des Heizens eine geringere, von außen zuströmende Wärmemenge die Oberfläche der Flüssigkeit erreichen, dem geringeren Temperaturgradienten entsprechend. Hört die durch die Heizung hervorgerufene starke Verdampfung auf, so stellt sich der vorige Zustand wieder her. Zu einer exakten rechnerischen Behandlung des Vorganges reicht die Genauigkeit des Beobachtungsmaterials nicht aus; dasselbe ergibt lediglich, daß die ohne Strom der Flüssigkeit zugeführte Wärmemenge im allgemeinen um so größer ist, je größer der Temperaturgradient zwischen a und b ist. Doch wird man annehmen dürfen, daß der Übergang von dem Zustand vor der Heizung zu dem während des Stromganges, ebenso wie das Zurückkehren in den Anfangszustand nach Öffnung des Stromes nach Analogie ähnlicher Fälle einem Exponentialgesetz gehorcht. Ist also:

V die Verdampfung pro Sekunde nach der Stromöffnung,
 V' „ „ „ „ während des Stromganges,

so wurde angenommen:

$$V = a - b \times 10^{-ct}; \quad V' = a' + b' \times 10^{-c'T}.$$

Durch Integration erhält man für die während des Stromganges von der Dauer T verdampfte Menge

$$Q = a' T + \frac{b'(10^{c'T} - 1)}{2,303 c' 10^{c'T}},$$

für die von Stromöffnung bis zum Zeitpunkte t verdampfte

$$Q = at - \frac{b(10^{ct} - 1)}{2,303 c 10^{ct}}$$

(2,303 Modul der Briggschen Logarithmen). Ist also die an

der Wage bestimmte Gewichtsabnahme vom Stromschluß bis zur Zeit $t = M'$, so ergibt sich die durch den Strom allein zum Verdampfen gebrachte Masse zu $M = M' - Q - Q_0$.

Zur Berechnung der Konstanten $a b c$ stehen beliebig viele Punkte der beobachteten Verdampfungskurve nach dem Versuch, die zunächst im beobachteten Teil graphisch ausgeglichen wurde, zur Verfügung; für die Berechnung von $a' b' c'$ hat man aber nur zwei Punkte, die Verdampfung im Momente des Stromschlusses und der Stromöffnung. Ich nahm deshalb an, daß die Konstante c' für die Kurve während des Stromganges dieselbe sei, wie c für die Kurve nach Stromöffnung. Es ist diese Annahme nicht von großem Einfluß, da c in ziemlich engen Grenzen variiert und ferner das Ziehen eines Kurvenstückes zwischen den beobachteten V zu Beginn des Stromes, und dem extrapolierten V im Augenblick der Stromöffnung eine *Interpolation* darstellt. Viel unsicherer ist die *Extrapolation* eben auf das V bei Stromöffnung; ich glaube aber, durch diese Berechnung immer noch sicherer zu gehen, als etwa durch graphische Extrapolation. Um festzustellen, ob die angewandte Berechnungsweise zu verlässigen Resultaten führt, versuchte ich, bei ungeänderten sonstigen Bedingungen und mit einer und derselben Füllung des Verdampfungsgefäßes aufeinanderfolgende Versuche bei verschiedener Wärmezufuhr von außen zu machen. Es wurden je drei zusammenhängende Versuche durchgeführt, wobei das allmähliche Sinken des Flüssigkeitsspiegels in der Kühlflasche eine wenn auch geringe Steigerung der äußeren Wärmezufuhr hervorrief. Diese Versuche ergaben:

Sauerstoff, 647,4 mm.

V vor der Heizung	0,1142	0,1152	0,1378 mg/sec
Verdampfungswärme	51,18	51,36	51,29 cal/g

Stickstoff, 713,3 mm.

V vor der Heizung	0,2595	0,2894	0,3540 mg/sec
Verdampfungswärme	47,54	47,85	47,96 cal/g.

Es scheint demnach bei Stickstoff eine systematische Änderung des Resultates mit der Größe der äußeren Verdampfung, in der Berechnung derselben also ein Fehler vorzuliegen. Die

Zunahme der Verdampfung ist aber zu gering, als daß sich daraus ein sicherer Schluß ziehen ließe; bei Sauerstoff läßt sich überhaupt keine systematische Änderung erkennen. Daß das verwendete Verdampfungsdiagramm aber nicht sehr weit von dem wirklichen Vorgang sich entfernt, läßt sich sicherer daraus schließen, daß die Versuche der ersten und zweiten Reihen fast zusammenfallen, obwohl bei den ersten Reihen die Korrektur 3,5—4,2 mal so groß ist, als bei den zweiten. Bei hohen Drucken ist die Übereinstimmung vollkommen; bei tiefen Drucken zeigt sich bei Sauerstoff allerdings eine größere, bei Stickstoff eine geringere systematische Abweichung. Es wird sich am Schluß der Arbeit Gelegenheit finden, auf diesen Punkt noch einmal zurückzukommen.

Bei der Unsicherheit, die trotzdem der Berechnung der äußeren Verdampfung zukommt, suchte ich diese Größe soweit als möglich herabzudrücken. Durch die Verwendung der in der Beschreibung des Verdampfungsapparates angegebenen Kühlmittel erhielt ich die Verdampfungen:

	Maximum	Minimum
I. Reihe	1,231 mg/sec	0,460 mg/sec
II. Reihe	0,325 "	0,076 "

das ist bei einer mittleren Verdampfung von 11—12 mg/sec während des Stromganges bei den zweiten Versuchsreihen im Maximum wenig über 2 Proz., im Minimum 0,6 Proz. Fast bei allen eingangs zitierten früheren Untersuchungen ist dieses Verhältnis für die Genauigkeit des Resultates wesentlich ungünstiger. Nur Behn, der bei seiner Methode der verdampfenden Flüssigkeit keine Wärme durch die Zuleitungsdrähte zuzuführen braucht, erreicht eine außerordentlich geringe äußere Verdampfung. Es hatten:

Behn	0,5 Proz.
Alt	0,6—2 Proz.
Estreicher	10 Proz.
Shearer II ¹⁾	25 Proz. bei O ₂ , 7,8 Proz. bei N ₂
Fenner und Richtmyer	9,8—21 Proz.

¹⁾ Das Original der ersten Arbeit von Shearer. (Phys. Rev. 14. p. 188—191. 1900) ist mir nicht zugänglich.

Die äußersten Annahmen über die Größe der äußeren Verdampfung, die man machen kann, sind einerseits, daß sie während des Stromganges denselben Wert hat, wie ohne Heizung, andererseits, daß während der Heizung überhaupt kein Wärmestrom bis zur Flüssigkeitsoberfläche gelangt. Je nach der einen oder anderen Annahme ergibt sich bei einigen der nachfolgend mitgeteilten Versuche eine Schwankung von weniger als 1 Proz. im Endwert. Da die anderen Bestimmungsgrößen keine Fehler enthalten, die 1 Proz. erreichen können, glaube ich behaupten zu können, daß die *Absolutwerte meiner besten Versuche nur mit einem Fehler von weniger als ± 1 Proz., d. i. 0,5 cal/g behaftet sein können.*

Von den Störungen, die das Gewicht der verdampften Menge außerdem beeinflussen könnten, ist die Gefahr des Verspritzens von Flüssigkeit durch das beim Heizen auftretende Aufschäumen die bedenklichste. Behn und Estreicher machen hierauf besonders aufmerksam. Es zeigt sich jedoch, daß, wenn die Wände des Verdampfungsgefäßes genügend abgekühlt sind, ein beträchtlicher Verlust durch Aufschäumen nicht eintritt. Die Menge der durch das Aufwallen bei Stromschluß verdampften Flüssigkeit läßt sich leicht messen. Es wurde der Gang der äußeren Verdampfung beobachtet, dann mit dem Pendel oder mit dem Stromschlüssel ein kurzer Stromstoß gegeben, hierauf die äußere Verdampfung wieder beobachtet etc. Das Resultat solcher Versuche war:

Sauerstoff, Druck 73 mm.

Durch Stromstoß verdampft	2,88 mg	2,18 mg	1,47 mg	3,98 mg
			Quecksilbertropfen am Pendel	
			sehr klein	breit

Druck 40 mm.

3,06 mg	3,19 mg	5,21 mg
	2 Stöße,	
	beim ersten Siedeverzug	

Stickstoff, Druck 710 mm.

Durch Stromstoß verdampft	2,74 mg	2,99 mg		
„ Stromschluß „	1 sec	2 sec	2 sec	1 sec
	18,8 mg	29,5 mg	29,1 mg	14,4 mg

Nach den Werten der Verdampfungswärme, der ungefähr berechenbaren Dauer des Stromstoßes und der eben-

falls annähernd bekannten elektrischen Energie müßten verdampfen:

Durch den Stromstoß 1,5 mg (Sauerstoff)

Durch den Betriebsstrom in 1 sec 11,9 mg (Stickstoff).

Hieraus ergibt sich, daß der Fehler, der durch das Aufschäumen eintreten kann, höchstens 5 mg, d. i. ca. 1 Promille betragen kann.

Diese Versuche sind noch in anderer Hinsicht wichtig. Wenn in der Flüssigkeit durch die Wärmezufuhr von außen Siedeverzüge entstehen, so ist in der Flüssigkeit Energie aufgespeichert, die bei Einleitung der Verdampfung plötzlich frei werden muß. Dies zeigt sich auch in dem einen Versuch der obigen Tabelle, bei dem die erst nach zwei Stößen verdampfte Menge tatsächlich nahezu dem Doppelten der bei einem Stromstoß verdampften Masse entspricht. Der Betrag der durch Überhitzung in der Flüssigkeit angesammelten Energie würde bei beträchtlichem Siedeverzug den in die Schlußberechnung eintretenden Wert der zugeführten Gesamtenergie, sowie den oben diskutierten Gang der äußeren Wärmezufuhr nach Beendigung des Heizens in einer nur schwer feststellbaren Weise fälschen. Man kann obige Zahlen auch so deuten, daß die Differenz zwischen der tatsächlich durch den Stromstoß verdampften Menge und der berechneten durch eine solche Energieansammlung hervorgerufen wird. Nimmt man an, daß in dem Verdampfungsgefäß sich 10—15 g Flüssigkeit befinden, daß die spezifische Wärme derselben $0,4 \text{ cal/g} \times \text{Grad}^1)$ beträgt, und daß die 5 mg Gewichtsverlust beim Anheizen der durch eine Überhitzung angesammelten und durch den Beginn der Heizung frei gewordenen Energie entsprechen, so erhält man $15 \times 0,4 \times \Delta t = 0,005 \times 50$ (Verdampfungswärme in cal/g) und hieraus $\Delta t = 0,04^\circ$ Überhitzung. Für eine Flüssigkeitsmasse von 10 g ergibt sich eine solche von $0,06^\circ$. Daraus ist zu folgern, daß, auch wenn nicht elektrisch geheizt wird, nur ein verschwindender Teil der zugeführten Wärme für Überhitzung verbraucht wird, so daß mit genügender Sicherheit aus der

1) H. Alt, l. c. p. 1027.

an der Wage gemessenen Verdampfung auf die Größe und den Gang der Wärmezufuhr geschlossen werden darf.

Daß ein Herausschleudern größerer Mengen aus dem Verdampfungsgefäß nicht eintritt, konnte bei der jedesmal durch den Spiegel Sp (Fig. 1) erfolgten direkten Beobachtung bei Stromschluß festgestellt werden. Nur bei einem Versuch, bei dem das Fläschchen bis zum Rand gefüllt war, ergab die Berechnung ein um ca. 150 mg zu hohes Gewicht; dieser Versuch wurde deshalb nachträglich ausgeschieden.

Weiterhin ist zu berücksichtigen, daß die verdampfte Flüssigkeit in dem Fläschchen durch ein gleiches Volumen Gas ersetzt wird, dessen Gewicht zu der verdampften Menge addiert werden muß. Die Beobachtung der Thermoelemente T_{II} und T_{III} lieferten die Temperatur zur Berücksichtigung dieser Korrektur mit hinreichender Genauigkeit; als Temperatur der Gasmasse im Verdampfungsgefäß wurde das Mittel zwischen der Temperatur am Rande des Gefäßes und der Siedetemperatur der Flüssigkeit genommen. Der Temperaturabfall im Verdampfungsgefäß betrug meist unter 9° , in einigen Fällen stieg er auf 15° .

Endlich ist eine etwaige Änderung des Auftriebes des Verdampfungsgefäßes bei einer Änderung der Temperatur im Kühlrohr zu beachten! Wäre die Temperatur konstant, so würde der Auftrieb des Gefäßes bei der Bildung der Differenzen der Gewichte wegfallen. Auch bei einer Änderung der Temperatur und somit des Auftriebes, die linear mit der Zeit geht, fällt die Korrektur weg, da die sekundliche Auftriebsänderung schon bei der Bestimmung der äußeren Verdampfung mit beobachtet wird. Die Multiplikation dieser Größe mit der Zeit des Versuches liefert dann auch die gesamte während derselben etwa eingetretene Auftriebsänderung, so daß eine gesonderte Berechnung derselben sich erübrigt.

B. Elektrische Konstanten, Druck.

Die Fehler, mit denen die p. 749 skizzierte Messung von Spannung und Stromstärke behaftet sein kann, sind gegen die Unsicherheit der äußeren Verdampfung gering. Der Widerstand W wurde einem Präzisionsstöpselkasten von Wolff und Sohn entnommen; sein Fehler ist bekannt, hier aber zu ver-

nachlässigen. Desgleichen haben die äußerst geringen Änderungen in der Spannung des Normalelementes keinen Einfluß auf das Resultat. Der Vergleichswiderstand R von ca. $2\ \Omega$ wurde zu drei je $\frac{1}{3}$ Jahr auseinanderliegenden Zeitpunkten mit den Präzisionsnormalen der elektrotechnischen Abteilung der Hochschule verglichen.

Stromstärke und Spannung an der Heizspirale sind verschieden, je nachdem W als Nebenschluß zu R oder J geschaltet ist. Durch Parallelschaltung von W zu J wird die Spannungsverteilung im Stromkreis nur so weit geändert, daß sich die Spannung an den Enden der Spirale, somit auch die Stromstärke um höchstens $\frac{1}{25\,000}$, die elektrische Energie somit um $\frac{1}{12\,000}$ vermindert. Durch Anlegen des Widerstandes W an R wird die Spannungsverteilung noch bedeutend weniger geändert; die durch R fließende gemessene Stromstärke unterscheidet sich von der des Hauptstromkreises — also auch in J — nur um ca. $\frac{1}{40\,000}$. Es konnte somit unbedenklich zwischen der Messung der Spannung an J und der Stromstärke in R während des Stromganges gewechselt werden.

Die für die Enden des Widerstandes W berechnete Spannung ist nicht gleich der an den Klemmen von R und J ; bei der Größe von W verursacht aber weder die nur wenige hundertstel Ω betragende Zuleitung zu R noch auch die ca. $0,6\ \Omega$ betragende Zuführung zur Heizspirale einen merklichen Fehler.

Auf gute Isolation der einzelnen Leitungsteile wurde bei jedesmaligem Zusammensetzen des Apparates sorgfältig geachtet. Geprüft wurde die Isolation des Glimmerblattes zwischen den die Heizspirale tragenden Kupferstreifen im Freien und in flüssiger Luft, dann die Isolation des Glasstäbchens B , der Hartgummiplatte, auf der die Polschuhe P saßen und der Glasröhren, durch die die Leitungen aus dem Rezipienten herausführten, gegeneinander. Es ergaben sich an allen diesen Stellen, wenn sie gut gereinigt waren, Widerstände mindestens von der Größenordnung $10^6\ \Omega$.

Einen Fehler kann ferner die Wärmeentwicklung in den Zuleitungsdrähten innerhalb des Verdampfungsgefäßes verursachen. Um diesen zu vermeiden, war der letzte innerhalb der Flüssigkeit sich befindende Teil der Zuleitung von solchem

Querschnitt gewählt, daß die Wärmeentwicklung in ihm $\frac{1}{10000}$ der in der Heizspirale erzeugten Wärme betrug.

Sonach ließe sich bei der elektrischen Messung ein außerordentlicher Genauigkeitsgrad erreichen, wenn nicht Spannung und Stromstärke Schwankungen und Stöße erleiden würden. Zunächst zeigte sich unmittelbar nach Stromschluß eine Abnahme der Spannung der Akkumulatoren — dieselben besaßen 90 Ampèrestunden Kapazität, die Entnahme betrug ca. 0,6 Amp. —; diese wurden deshalb mindestens 15 Min. vor Beginn eines Versuches durch einen, dem Betriebswiderstand ungefähr gleichen Widerstand geschlossen; hierdurch war meist völlige Konstanz erreicht. Da eine Änderung, wenn noch vorhanden, stetig ist, konnte durch wiederholte Beobachtung während des Stromganges leicht ein Mittelwert gefunden werden. Außer dieser Änderung trat auch eine bei tiefen Drucken oft heftige Schwankung des Galvanometers auf. Diese Stöße sind wohl durch lokale Überhitzungen der Heizspirale an Stellen, wo sich eben Dampfblasen bilden, und damit zusammenhängende Widerstandsänderungen zu erklären. Da der Widerstand der Heizspirale nur etwas über die Hälfte des Widerstandes der ganzen Leitung betrug, wurde durch diese Änderungen die Stromstärke nicht in dem Maße, wie die Spannung an den Enden der Spirale beeinflußt. Mit einer am Anfang benutzten Platinspirale, die ursprünglich zugleich als Widerstandsthermometer dienen sollte, konnte überhaupt nicht gearbeitet werden. Der sodann verwendete Manganindraht erlaubte jedoch stets, Mittelwerte der Galvanometerstellung zu beobachten; häufig blieb längere Zeit das Galvanometer ganz ruhig. Bei der Spannungsbestimmung betrugen die Galvanometerstöße bei sehr tiefen Drucken bis zu 3 mm; dies entspricht einer Spannungsschwankung von $\frac{1}{250}$ ihres Wertes; der Fehler des Mittelwertes ist natürlich bedeutend geringer.

Hier sei bemerkt, daß die mittlere Überhitzung der Spirale während des Stromganges eine sehr deutlich ausgesprochene Funktion des Druckes ist. Der Widerstand der Spirale ohne Strom wurde jedesmal gemessen, der bei Stromgang aus Stromstärke und Spannung berechnet. Da sich mit Hilfe der bekannten Dampfspannungskurven die Spirale als Widerstands-

thermometer eichen läßt, kann man hieraus die Temperaturerhöhung des Drahtes berechnen. Dieselbe steigt mit sinkendem Druck bei Stickstoff von 8 bis 15°, bei Sauerstoff von 6 bis 30°. Die durch diese Erwärmung des Drahtes bei Beginn der Heizung verloren gehende Wärmemenge ist der von der Spirale nach Stromöffnung noch abgegebenen gleich und nach dem oben beschriebenen Berechnungsverfahren nicht einzeln zu berücksichtigen. Die Wärmeabgabe nach Schluß der Heizung hat eine geringe Nachperiode zur Folge, die bei hohem Drucke wegen ihres raschen Verlaufes nicht mehr beobachtet wurde, bei tiefem Drucke häufig noch erkennbar war.

Der Widerstand der Spirale ohne Heizstrom wurde mit der Wheatstonschen Brücke unter Beachtung der nötigen Vorsichtsmaßregeln gemessen.

Die elektromotorische Kraft der Thermoelemente konnte mit einer für ihre Bestimmung hinreichenden Genauigkeit gemessen werden. Da die Auftriebsänderung, wie oben erwähnt, einfach zu eliminieren ist, wird die Temperaturmessung des Dampfes nur mehr zur Bestimmung des Gewichtes des im Fläschchen zurückbleibenden Dampfes benötigt. Bei atmosphärischem Druck verursacht eine Unsicherheit in der Temperatur des Dampfes von 10° bei Sauerstoff einen Fehler von 0,3 Promille, bei Stickstoff von 0,7 Promille. Die Temperatur der Lötstelle läßt sich an der Kompensationseinrichtung leicht auf 0,1° bestimmen; sie ist aber nicht die Temperatur des Gases, sondern infolge der Wärmeleitung der Drähte des Elementes beträchtlich höher. Über den Betrag dieses Fehlers erhielt man ungefähren Aufschluß, indem man das Thermoelement T_m in das Verdampfungsgefäß senkte. Solche Versuche ergaben zunächst eine Temperaturabnahme, die der Tiefe des Eintauchens proportional ist. In dem Augenblick aber, in dem die Lötstelle die Flüssigkeit erreicht, ergibt sich ein Sprung. Da das Thermoelement, sobald es die Flüssigkeit berührt, sicher die Temperatur derselben angibt, und die Temperatur der Flüssigkeit und des Dampfes in der Grenzfläche gleich sein müssen, ist die Größe dieses Sprunges gleich der Abweichung der Temperatur der Lötstelle von der des Gases. Mehrere solche Versuche ergaben für die Lötstelle einen Temperaturüberschuß von 3 bis 4°; eine Unsicherheit in der Gas-

temperatur um diesen Betrag — sie ist mit Berücksichtigung dieser Korrektur sicher kleiner — ist aber für die Berechnung des Gewichtes des Dampfes nur von geringem Einfluß.

Die Druckmessung erfolgte mit dem p. 749 erwähnten Barometer. Dasselbe, ein neu gefertigtes Instrument, wurde als richtig angenommen. Der Druck während der Heizung stieg bei tiefen Drucken bis zu 1,2 mm über den bei kleiner Verdampfung. Eine Berücksichtigung dieser Änderung bei Berechnung der äußeren Wärmezufuhr ist bei der geringen Änderung der Verdampfungswärme mit dem Druck nicht nötig.

Eine Verunreinigung der Versuchssubstanz durch das Eindringen atmosphärischer Luft in den Rezipienten kann keinen störenden Betrag erreichen. Einer Druckzunahme von 0,5 mm/Stunde bei einer Atmosphäre Druckunterschied zwischen Rezipient und Außenluft entspricht ein Eindringen von ca. 50 mg Luft oder 40 mg Stickstoff während des eine halbe Stunde dauernden Versuches; macht man die sicher nicht zutreffende Annahme, daß aller eingeströmte Stickstoff von der meist über 15 g betragenden Sauerstoffmenge absorbiert würde, so ergibt sich eine Verunreinigung derselben von 0,3 Proz. Bei wachsendem Druck wird dieser mögliche Fehler kleiner, bei Stickstoffversuchen kann er überhaupt nur den vierten Teil dieses Wertes betragen.

§ 6. Versuchsergebnisse.

In den folgenden Tabellen sind die Resultate der Versuche sowie die hauptsächlichsten Bestimmungsgrößen, die zur Gewinnung derselben dienten, zusammengestellt. Das Diagramm (Fig. 7) gibt eine graphische Zusammenstellung der Drucke und der Verdampfungswärmen. In demselben sind die mit kleinen Kreisen bezeichneten Punkte Beobachtungsergebnisse der ersten Reihen, die großen Kreise entsprechen denjenigen der zweiten Reihen, während solche, bei denen die durch die äußere Wärmezufuhr verdampfte Menge weniger als 1 Proz. der gesamten verdampften Menge betrug, und die daher das meiste Zutrauen verdienen, mit • bezeichnet sind.

gung
Be-
ngem

anten
wurde
izung
bei
erung
r ge-
Druck

das
kann
e von
schen
50 mg
tunde
ffende
über
ergibt
ehsen-
kstoff-
dieses

rsuche
r Ge-
gramm
Drucke
ie mit
sultate
enigen
ch die
Proz.
er das

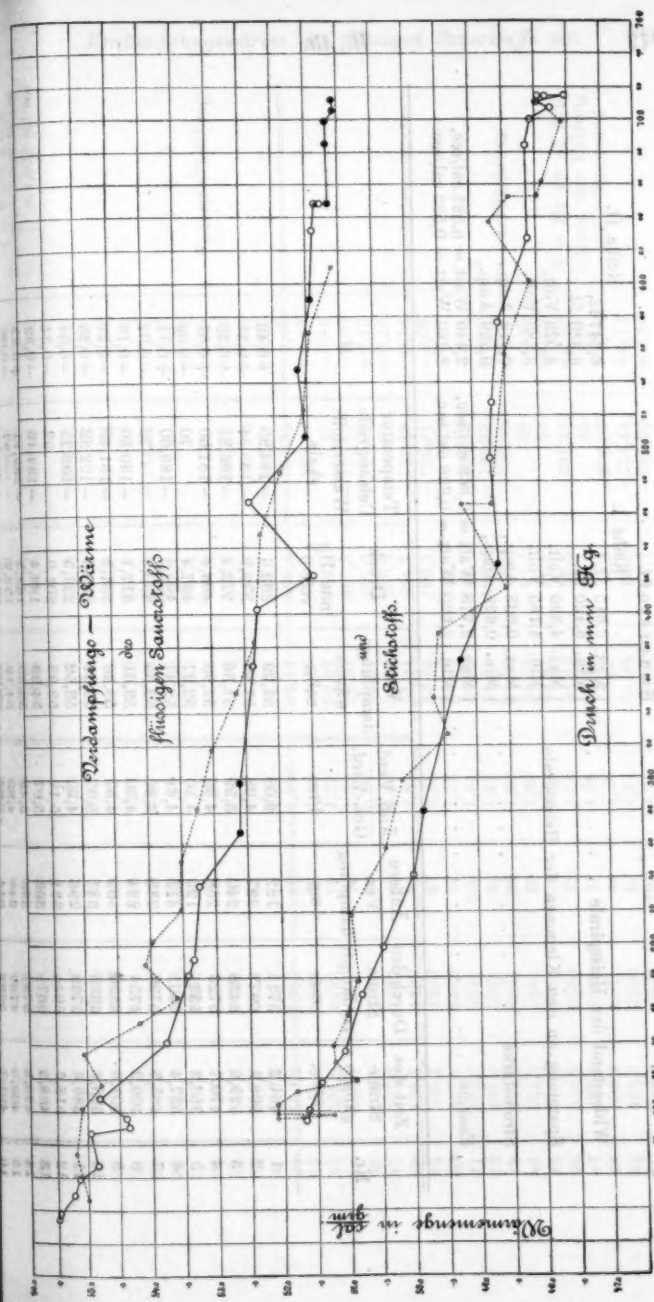


Fig. 7.

Tabelle I.

Sauerstoff.

Reihe I.

Widerstand der Heizspirale	{ Max. 6,615 Ω , Min. 6,420 Ω ,
Spannung an den Klemmen der Heizspirale	{ Max. 4,390 Volt, Min. 4,165 Volt,
Stromstärke	{ Max. 0,633 Amp., Min. 0,629 Amp.,
Energie	{ Max. 2,778 Watt = 0,663 cal/sec, Min. 2,620 Watt = 0,626 cal/sec.

Reihe II.

6,647 Ω ,
6,320 Ω ,
4,028 Volt,
3,785 Volt,
0,612 Amp.,
0,589 Amp.,
2,440 Watt = 0,583 cal/sec,
2,230 Watt = 0,533 cal/sec.

Nr.	Zeit des Strom- ganges sec	Durch den Strom verdampft mg	Äußere Ver- dampfung mg	Äuß. Verd. Ges.-Verd. Proz.	Ver- dampfung- wärme cal/g	Druck mm Hg von 0°	Temperatur Celsiusgrade Wasserstoff- skala	Δ
1	461,2	5731	182	3,08	51,09	609,6	-184,95	+0,42
2	568,3	6977	297	4,08	51,46	570,9	-185,54	+0,21
3	525,6	6435	240	3,39	51,56	525,4	-186,31	+0,29
4	470,7	5723	258	4,32	51,93	484,4	-187,00	+0,07
5	358,3	4331	195	4,50	52,27	447,4	70	-0,09
6	537,4	6461	312	4,61	52,37	383,8	-189,00	+0,11
7	485,5	5796	224	3,86	52,66	350,9	72	-0,02
8	400,2	4754	224	4,50	53,01	317,1	-190,50	-0,18
9	551,8	6520	309	4,53	53,26	281,5	-191,45	-0,21
10	586,6	6339	337	5,05	53,51	250,3	-192,32	-0,25
11	486,6	5739	296	4,90	53,52	221,5	-193,25	-0,04
12	518,6	6044	331	5,19	53,98	201,9	92	-0,34
13	488,3	5671	303	5,07	54,09	186,4	-194,46	-0,32
14	490,5	5731	333	5,49	54,59	168,5	-195,11	+0,33
15	408,3	4789	214	4,33	54,19	152,2	87	-0,08
16	491,7	5693	314	5,24	55,03	134,5	-196,76	-0,70

	493,5	5026	815	5,95	54,76	115,4	-197,68	-0,52
17	705,9	5076	494	5,79	55,08	101,3	-198,66	-0,30
18	705,9	5076	494	5,79	55,08	101,3	-198,66	-0,30
19	450,8	5155	306	5,60	55,18	73,5	-200,68	+0,07
20	410,4	5178	208	2,48	55,00	46,5	-203,36	+0,88*
21	551,1	5954	39	0,70	51,07	712,9	-183,55	+0,04
22	554,2	6309	42	0,61	51,06	705,4	-185,55	+0,06
23	649,4	6980	43	0,61	51,21	698,9	74	-0,08
24	556,4	5971	43	0,72	51,20	684,1	90	-0,06
25	678,5	7291	60	0,82	51,18	647,4	-184,41	+0,11
26	307,6	3279	33	1,00	51,36	647,4	41	-0,07
27	504,3	5369	55	1,01	51,29	647,4	41	±0,00
28	492,3	5291	54	1,01	51,34	631,9	6	±0,00
29	549,8	5909	57	0,95	51,43	589,7	-185,27	+0,04
30	550,7	5983	58	0,97	51,63	546,8	90	-0,03
31	700,5	7577	72	0,94	51,52	505,1	-186,64	+0,25
32	500,2	5362	68	1,25	52,41	466,4	-187,35	+0,49
33	515,6	5586	86	1,52	51,43	423,4	-188,17	+0,57
34	593,0	6393	79	1,23	52,32	402,9	57	-0,14
35	506,1	5401	72	1,32	52,39	367,8	-189,35	-0,05
36	722,5	7390	57	0,77	52,61	297,0	-191,02	+0,10
37	727,7	7372	69	0,93	52,62	266,9	87	+0,27
38	425,7	4459	61	1,35	53,24	234,7	-192,39	-0,14
39	505,7	4296	67	1,25	53,34	190,3	-194,31	+0,08
40	617,8	4662	74	1,13	53,43	180,7	66	+0,07
41	618,0	6391	100	1,54	54,02	140,7	-196,44	-0,14
42	491,2	5021	83	1,63	54,31	107,0	-198,32	-0,52
43	477,3	4951	92	1,82	54,39	96,0	-199,02	+0,04
44	474,8	4964	60	1,20	54,35	91,4	33	+0,15
45	477,6	4932	104	2,02	54,96	86,5	70	-0,37
46	518,2	5360	62	1,14	54,84	66,8	-201,24	+0,08
47	487,2	5002	53	1,05	55,13	59,9	85	-0,08
48	550,4	5516	64	1,15	55,23	48,9	-203,07	+0,03
49	465,7	4794	54	1,11	55,43	38,8	-204,45	+0,14
50	568,0	5994	104	1,71	55,50	34,7	-205,05	+0,24

Tabelle II.

Stickstoff.

Reihe I.

Widerstand der Heizspirale

Spannung an den Klemmen der Heizspirale .

Stromstärke

Energie

Reihe II.

6,368 Ω ,
6,308 Ω ,3,960 Volt,
3,838 Volt,0,621 Amp.,
0,599 Amp.,2,459 Watt = 0,587 cal/sec,
2,299 Watt = 0,549 cal/sec.{ Max. 6,561 Ω ,
{ Min. 6,500 Ω ,{ Max. 4,166 Volt,
{ Min. 4,142 Volt,{ Max. 0,636 Amp.,
{ Min. 0,630 Amp.,{ Max. 2,649 Watt = 0,685 cal/sec,
{ Min. 2,632 Watt = 0,629 cal/sec.

Nr.	Zeit des Strom- ganges sec	Durch den Strom- verdampft mg	Äußere Ver- dampfung mg	Äuß. Verd. Ges.-Verd. Proz.	Ver- dampfungs- wärme cal/g	Druck mm Hg von 0°	Temperatur Celsiusgrade Wasserstoff- skala	Δ
51	589,3	7704	361	4,47	47,97	710,4	-196,23	-0,07
52	514,8	6798	248	3,52	47,61	698,6	37	+0,33
53	635,3	8338	478	5,37	47,87	681,2	89	+0,22
54	403,9	5278	282	5,07	47,98	651,7	-197,02	+0,15
55	408,2	5392	290	5,20	48,40	651,7	02	-0,37
56	586,5	7371	293	3,73	48,72	636,8	28	-0,52
57	392,5	4751	243	4,87	48,12	601,8	70	+0,18
58	434,0	5593	387	6,47	48,50	555,9	-198,39	+0,01
59	406,3	5219	265	4,83	48,73	465,1	-199,77	+0,18
60	451,5	5736	313	5,17	49,20	465,4	78	-0,29
61	501,3	6483	361	5,28	48,52	414,5	-200,66	+0,68
62	484,1	6103	363	5,61	49,56	387,4	-201,15	-0,25
63	521,2	6576	307	4,47	49,83	348,0	96	-0,10
64	585,0	7169	366	4,55	49,44	325,6	-202,44	+0,21

[illegible]

Will man von den beobachteten Drucken zu den entsprechenden Temperaturen übergehen, so ist die Kenntnis der Abhängigkeit der Temperatur von dem Drucke, also der Dampfspannung nötig. Dampfspannungskurven für die untersuchten Gase festzustellen erlaubte die Versuchsanordnung ohne weiteres. Es lassen sich aus dem Widerstand der Heizspirale, der nach jedem Versuche gemessen wurde, die Temperaturen bestimmen, deren Folge recht gut in sich übereinstimmende Kurven ergibt, obwohl zur Spirale Material mit möglichst geringem Temperaturkoeffizienten gewählt war, ein Beweis für die große Empfindlichkeit des Widerstandsthermometers. Die absoluten Werte der beobachteten Temperaturen verdienen aber wenig Zutrauen, da die Widerstandsspirale niemals direkt geeicht wurde, und eine Kontrolle der Siedeverzüge fehlt, wenn dieselben auch nach den Ausführungen auf p. 765 klein zu sein scheinen. Da gleichzeitig mit der vorliegenden Untersuchung getrennt hiervon im gleichen Institute durch K. T. Fischer eingehende Beobachtungen über das Sieden der verflüssigten Gase angestellt und die Dampfspannungskurven von Sauerstoff und Stickstoff bestimmt wurden, konnte auf eine Verwendung der eigenen Messungen verzichtet werden. Von dem bisher veröffentlichten Material über Dampfspannung der verflüssigten Gase schien nur die Sauerstoffdampfspannungskurve von M. W. Travers, G. Senter, A. Jaquerod¹⁾ zuverlässig. Aus dieser Kurve, die bis 150 mm Druck reicht, sowie aus Privatmitteilungen, die mir Prof. K. T. Fischer machte, und für die ich ihm an dieser Stelle herzlichst danken möchte, wurde eine Dampfspannungskurve für Sauerstoff, aus neueren Beobachtungen von K. T. Fischer allein eine solche für Stickstoff zusammengestellt, deren Temperaturwerte zur Berechnung der Änderung der Verdampfungswärme mit der Temperatur verwendet wurden. Ob es berechtigt ist, die Resultate dieser mit der Untersuchung in keinerlei Zusammenhang stehenden Beobachtungen einfach zu übernehmen, ist nicht ohne weiteres klar. Es könnten bei meiner Versuchsanordnung immerhin selbst beim Heizen noch Siedeverzüge

1) M. W. Travers, G. Senter, A. Jaquerod, Phil. Trans. A. 200. p. 105—180. 1902.

vorhanden sein, so daß die Zuordnung der von mir bei bestimmtem Drucke gemessenen Verdampfungswärmen und der unter anderen Umständen bei gleichem Drucke bestimmten Temperaturen eine gegen die richtige verschobene Kurve ergäbe. Über die bei siedendem Sauerstoff auftretenden Siedeverzüge sind ausführliche Beobachtungen von Bestelmeyer¹⁾ angestellt worden. Dieselben ergaben, daß der Siedeverzug um so geringer ist, je größer die innere (durch elektrische Heizung hervorgerufene) und je kleiner die äußere (durch die Gefäßwände verursachte) Wärmezufuhr ist. Die Bedingungen sind bei meiner Versuchsanordnung denen des genannten Verfassers prinzipiell ähnlich. Man wird also seine Resultate wohl auf meine Anordnung anwenden können. Bildet man in der genannten Arbeit aus den Werten für die Heizung, die ihrem absoluten Betrage nach der Wärmezufuhr bei meinem Apparat vergleichbar sind, die Quotienten $\frac{\text{äußere Heizung}}{\text{innere Heizung}}$, und ordnet man dieselben nach ihrer Größe, so erhält man die folgende Reihe von Überhitzungen:

Äußere Heizung	0	0	0	0	0	[0]	0,7 Watt
Innere Heizung	9,7	0,9	0,9	9,7	0,6	[9,4]	0,9 Watt
Quotient	0	0	0	0	0	0	0,8
Überhitzung	0	0,03	0,03	0,04	— 0,01	0,02	0,16 Cels.-Grade
Äußere Heizung	0,5	0,9	0,4	7,4	7,4	[4,3]	[3,8] Watt
Innere Heizung	0,5	1,8	1,0	0,9	0,9	[0,4]	[0,2] Watt
Quotient	1,0	2	2,5	8	8	11	19
Überhitzung	0,23	0,29	0,28	0,47	0,51	0,58	0,93 Cels.-Grade

(Die mit [] bezeichneten Werte gehören einer anderen Versuchsreihe an, als die ohne Klammern.)

Aus den auf p. 763 angegebenen Zahlen folgt für meine Anordnung eine äußere Wärmezufuhr von 0,26 Watt im Maximum, 0,016 Watt im Minimum; aus den Tabellen p. 772 bis p. 775 ergibt sich für die innere Heizung ca. 2,5 Watt, es ist also der erwähnte Quotient 0,007—0,1. Für diesen Quotienten folgt aus der obigen Reihe eine Überhitzung von 0,06° im Maximum während des Heizens. Die Verwendung

1) A. Bestelmeyer, Ann. d. Phys. 14. p. 91. 1904.

der unter Vermeidung von Siedeverzügen erhaltenen Dampfspannungskurven erscheint sonach unbedenklich.

In dem Diagramm Fig. 8 bedeuten die Abszissen die in der beschriebenen Art erhaltenen Temperaturen, die Ordinaten die Verdampfungswärmen. Für Sauerstoff sowohl wie für Stickstoff geht hieraus eine geradlinige Abhängigkeit der Verdampfungswärme von der Temperatur hervor. Auch in diesem Diagramm zeigt sich aber, daß die Werte bei tiefen Drucken in den ersten Beobachtungsreihen systematisch höher sind als in den zweiten Reihen. Die Beobachtungswerte der beiden Reihen wurden deshalb einzeln durch Gerade nach der Methode der kleinsten Quadrate ausgeglichen, wobei sich ergab:

$$\begin{aligned} \text{Sauerstoff } \left\{ \begin{array}{l} r'_O = 7,246 - 0,2398 t \\ r''_O = 11,508 - 0,2164 t \end{array} \right. \\ \text{Stickstoff } \left\{ \begin{array}{l} r'_N = -8,004 - 0,2848 t \\ r''_N = -6,416 - 0,2765 t \end{array} \right. \\ t \text{ Celsiusgrade.} \end{aligned}$$

Diesen Gleichungen entsprechen in Fig. 8 die gestrichelten bez. schwach ausgezogenen Geraden.

Da die Versuchsanordnung bei den beiden Reihen, abgesehen von der Einrichtung des Thermoelementes T_{III} , das wohl in den Verlauf der Versuche keinerlei Änderung bringen kann, sich nur dadurch unterschied, daß an Stelle der Kupferzuleitungen solche aus Silber traten, und somit die Wärmezufuhr von außen auf den vierten Teil reduziert wurde, so muß auch die systematische Abweichung der beiden Reihen dieser Änderung zugeschrieben werden.

Daß beide Reihen nicht vollkommen übereinstimmen, hat also wohl seinen Grund darin, daß die Berechnung der äußeren Verdampfung nach der p. 760 bis 762 beschriebenen Art der Wirklichkeit nicht ganz entspricht. Nun wird man annehmen dürfen, daß der offenbar vorhandene Fehler dem Gesamtwerte der äußeren Verdampfung proportional ist, da ja die Interpolationskurven der beiden Reihen gleicher Art sind.

Es sei für zwei in den übrigen Größen gleiche Versuche der beiden Reihen

$$r' = \frac{A}{M'} \quad r'' = \frac{A}{M''},$$

wo A die zugeführte Energie, M' und M'' die (ungenau) be-

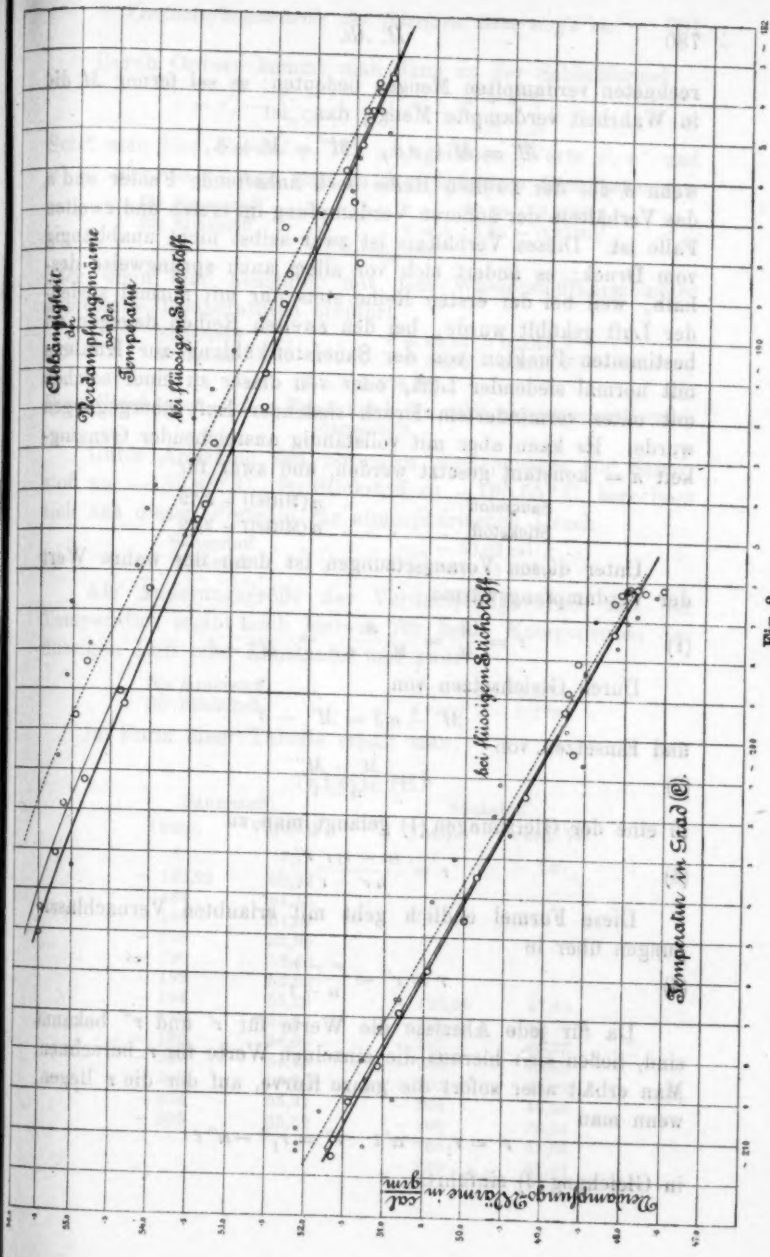


Fig. 8.

rechneten verdampften Mengen bedeuten; es sei ferner M die in Wahrheit verdampfte Menge, dann ist

$$M' = M + n\delta, \quad M'' = M + \delta,$$

wenn δ der der zweiten Reihe noch anhaftende Fehler und n das Verhältniss der äußeren Verdampfung im ersten und zweiten Falle ist. Dieses Verhältniss ist zwar selbst nicht unabhängig vom Druck; es ändert sich vor allem auch sprungweise deshalb, weil bei der ersten Reihe stets nur mit normal siedender Luft gekühlt wurde, bei den zweiten Reihen dagegen an bestimmten Punkten von der Sauerstoffkühlung zur Kühlung mit normal siedender Luft, oder von dieser zu einer solchen mit unter vermindertem Druck siedender Luft übergegangen wurde. Es kann aber mit vollständig ausreichender Genauigkeit $n = \text{konstant}$ gesetzt werden, und zwar für

Sauerstoff n (Mittel) = 8,79

Stickstoff n (Mittel) = 3,82

Unter diesen Voraussetzungen ist dann der wahre Wert der Verdampfungswärme

$$(1) \quad r = \frac{A}{M} = \frac{A}{M' - n\delta} = \frac{A}{M'' - \delta}.$$

Durch Gleichsetzen von

$$M' - n\delta = M'' - \delta$$

und Einsetzen von

$$(2) \quad \delta = \frac{M' - M''}{n - 1}$$

in eine der Gleichungen (1) gelangt man zu

$$(3) \quad r = \frac{(n-1)r'r''}{nr' - r''}.$$

Diese Formel endlich geht mit erlaubten Vernachlässigungen über in

$$(4) \quad r = r'' - \frac{r' - r''}{n - 1}.$$

Da für jede Abszisse die Werte für r' und r'' bekannt sind, ließen sich hieraus die einzelnen Werte für r berechnen. Man erhält aber sofort die ganze Kurve, auf der die r liegen, wenn man

$$r' = r_1' - \alpha' t \quad r'' = r_1'' - \alpha'' t$$

in Gleichung (4) einführt.

Durch Ordnen kommt man dann zu der Schlußformel

$$r = r'_1 - \frac{r'_1 - r''_1}{n - 1} - \left(\alpha'' - \frac{\alpha' - \alpha''}{n - 1} \right) t.$$

Setzt man hier die auf p. 778 angegebenen Werte r' , r'' und α' , α'' ein, so gelangt man zu den definitiven Gleichungen

$$\begin{aligned} \text{für Sauerstoff} & \dots \dots r = 12,88 - 0,2080 t \\ \text{für Stickstoff} & \dots \dots r = 5,85 - 0,2736 t \\ & t \text{ Celsiusgrade} \end{aligned}$$

oder wenn man absolute, mit dem Wasserstoffthermometer gemessene Temperaturen einführt

$$\begin{aligned} \text{Sauerstoff} & \dots \dots r = 69,67 - 0,2080 T \\ \text{Stickstoff} & \dots \dots r = 68,85 - 0,2736 T \\ & (T = t + 273,04). \end{aligned}$$

Diese Gleichungen sind in Fig. 8 durch die stark ausgezogenen Geraden dargestellt.

Unter Annahme des normalen Siedepunktes für Sauerstoff zu $-182,93^\circ \text{C.}$, für Stickstoff zu $-195,55^\circ \text{C.}$ berechnet sich aus diesen Formeln für atmosphärischen Druck

$$\begin{aligned} \text{Sauerstoff} & \dots \dots r_{760} = 50,92 \text{ cal/g} \\ \text{Stickstoff} & \dots \dots r_{760} = 47,65 \text{ cal/g}. \end{aligned}$$

Als Änderungsgröße der Verdampfungswärme mit der Temperatur ergibt sich hieraus für beide Komponenten der flüssigen Luft eine Konstante, und zwar

$$\begin{aligned} \text{für Sauerstoff} & \dots \dots dr/dT = -0,2080, \\ \text{für Stickstoff} & \dots \dots dr/dT = -0,2736. \end{aligned}$$

In Form einer Tabelle erhält man:

Tabelle III.

Sauerstoff:		Stickstoff:	
Temp.	Verd.-W.	Temp.	Verd.-W.
t	r_O	t	r_N
- 182,93	50,92		
- 184	51,15		
- 186	51,37		
- 188	51,58		
- 190	52,40		
- 192	52,82		
- 194	53,23	- 195,55	47,65
- 196	53,64	- 196	47,78
- 198	54,06	- 198	48,32
- 200	54,48	- 200	48,87
- 202	54,90	- 202	49,42
- 204	55,31	- 204	49,96
- 205	55,52	- 206	50,51
		- 208	51,06
		- 210	51,61

Vergleicht man die erhaltenen Resultate mit denen der auf p. 739 aufgezählten früheren Arbeiten, so findet man eine Übereinstimmung nur mit den Werten der ersten Arbeit von Shearer, die aber selbst in starkem Widerspruch mit den späteren Bestimmungen desselben Verfassers stehen, sowie mit den Resultaten von Behn. Alle anderen Werte liegen zum Teil ganz außerordentlich viel höher, als die von mir erhaltenen. Ein solches Verhalten war nach den Ausführungen auf p. 759 auch zu erwarten. Die Übereinstimmung mit Behn scheint mir deshalb bemerkenswert, weil zwar die von ihm verwandte Methode des Verdampfens durch ein warmes Metallstück weniger zuverlässig sein dürfte, als die Verdampfung durch elektrische Heizung, andererseits aber bei seiner Anordnung die äußere Verdampfung auf den sehr geringen Wert von $\frac{1}{300}$ der gesamten Verdampfung herabgebracht wurde, und weil bei der Vermeidung von Zuleitungsdrähten die Annahme einer vor, während und nach dem Versuch konstanten Wärmezufuhr durch die Glaswände des Verdampfungsgefäßes, die selbst auf niedere Temperatur gebracht sind, berechtigt erscheint. Berechnet man aus den oben mitgeteilten Werten und der von Behn angegebenen Zahl den Prozentgehalt der von ihm verarbeiteten Luft unter der Annahme, daß die Verdampfungswärme eine additive Größe ist, so erhält man

$$O = \frac{50,8 - 47,65}{50,92 - 47,65} \times 100 = 96 \text{ Proz.}$$

Behn selbst schätzt den Gehalt der anscheinend sehr alten Luftprobe auf 93 Proz. O₂. —

Hrn. Prof. Ebert, der mir in der bereitwilligsten Weise aus den Mitteln des von ihm geleiteten Institutes die sehr beträchtlichen Hilfsmittel, die die Durchführung der vorliegenden Arbeit in großem Maßstabe erforderte, zur Verfügung stellte, sei an dieser Stelle hierfür der ergebenste Dank ausgesprochen.

München, Physik. Inst. d. techn. Hochschule, Jan. 1906.

(Eingegangen 17. Januar 1906.)

**5. Bestimmung des Koeffizienten
der inneren Reibung der Gase nach einer neuen
experimentellen Methode;
von Győző Zemplén.¹⁾**

Die bisherigen Methoden zur Bestimmung des Reibungskoeffizienten der Gase sind zweierlei: entweder wird die Bewegung eines in einem Gase um seine Rotationsachse schwingenden Rotationskörpers beobachtet, oder aber die Transpiration des Gases durch Kapillarröhren. Aber nur die erste Methode kann als absolute betrachtet werden, denn bei der zweiten wird schon vorausgesetzt, daß der Reibungskoeffizient vom Drucke des Gases unabhängig sei, was zuerst mittels der ersten Methode bewiesen werden muß.

Genaue Messungen nach der ersten Methode wurden zuerst von Maxwell²⁾ ausgeführt. Er beobachtete die Schwingungen von Kreisscheiben; die der Rechnung zugrunde liegenden Formeln waren jedoch nicht einwandfrei. Die Differentialgleichungen der Gasbewegung können nämlich nur bei solchen Bewegungen in brauchbarer Form gelöst werden, wo die Flächen, auf welche sich die Randbedingungen beziehen (die Oberfläche des schwingenden Rotationskörpers) durch je eine einfache analytische Gleichung darstellbar sind. Dies ist aber bei Maxwells Versuchen nicht der Fall, denn die beiden Grundflächen der Kreisscheiben (die Mantelfläche kommt bei dünnen Scheiben kaum in Betracht) sind nur *Teile* solcher durch je eine Gleichung darstellbaren Flächen, nämlich Teile je einer Ebene. Maxwell verfuhr daher folgendermaßen: er löste die Differential-

1) Aus „Mathem.-Naturwissensch. Ber. aus Ungarn“. 23. 1905. p. 202; vorgelegt der Ungar. Akad. d. Wissensch. am 23. Okt. 1905, in ungar. Sprache im „Matematikai és természettudományi értesítő“. 23. 1905. p. 561 erschienen.

2) J. C. Maxwell, Phil. Trans. 156. p. 249. London 1886; Scient. Papers 2. p. 1.

gleichungen für den Fall, daß eine *unendlich große* planparallele feste Platte um eine zu ihrer Grenzebene senkrechte Achse gedämpfte harmonische Schwingungen im Gase vollführt, und berechnete daraus das Drehungsmoment, welches das Gas auf die um die Rotationsachse mit dem Radius der Kreisscheiben aus der unendlichen Platte ausgeschnittenen beiden Kreisflächen ausübt. Dieses Drehungsmoment wurde von Maxwell zur Berechnung des Reibungskoeffizienten benützt: nun ist aber dies keineswegs dasselbe, welches bei der tatsächlichen Bewegung von der inneren Reibung des Gases herrührt; die am Rande der Scheiben stattfindende Bewegung ist nämlich ganz verschieden von der Bewegung, welche bei einer unendlichen Platte auf derselben Entfernung von der Rotationsachse auftritt.

Maxwell bemühte sich, seine Formel durch Einführung gewisser Korrektionsglieder mit der tatsächlichen Bewegung in besseren Einklang zu bringen. Selbstverständlich konnte dies nur durch mehr oder minder berechnete Vernachlässigungen geschehen.

Daß die am Rande der Scheiben auftretende Bewegung nicht so unbedeutend von der bei einer unendlichen Platte sich abspielenden Bewegung differiert, daß diese Verschiedenheit durch eine nur angenähert richtige Korrektion aufgehoben oder sogar ganz vernachlässigt werden könnte, ist am besten aus den Versuchen O. E. Meyers ersichtlich.¹⁾ Meyer erhält nämlich aus denselben experimentellen Daten die Werte 0,00036 und 0,00019 für den Reibungskoeffizienten der Luft bei normalem Drucke und 18° C. je nachdem er die am Rande der Scheiben auftretende Bewegung nach seiner eigenen oder nach Maxwells Korrektionsformeln in Rechnung zog.

Dieselben Einwände können gegen solche Versuche erhoben werden, bei welchen — wie bei H. Tomlinson²⁾ — die Schwingungen von Zylinderflächen beobachtet werden, denn die Integration der Bewegungsgleichungen kann nur für unendlich lange Zylinder ausgeführt werden.

Diese Nachteile der bisherigen Schwingungsbeobachtungen haben mich veranlaßt, die Schwingungen einer *Kugelschale* um

1) O. E. Meyer, Pogg. Ann. 125. p. 177. 1865 u. Wied. Ann. 32. p. 642. 1887; Die kinet. Theorie der Gase. II. Aufl. p. 182. 1899.

2) H. Tomlinson, London Phil. Trans. 177. p. 761. 1887.

einen Durchmesser zu beobachten.¹⁾ Die Rechnung läßt sich für diesen Fall vollständig einwandfrei durchführen. In einer früheren Arbeit habe ich auch die Resultate einiger vorläufigen Probemessungen mitgeteilt, laut welchen die Methode sich auch praktisch brauchbar erwies; die Unvollkommenheit der damaligen experimentellen Anordnung verhinderte mich jedoch daran, den absoluten Wert des Reibungskoeffizienten eines Gases in zuverlässiger Weise zu bestimmen.²⁾ Seitdem gelang es mir mit Unterstützung der ungarischen Akademie, einen den Anforderungen solcher delikaten Messungen entsprechenden Apparat zu konstruieren: in der folgenden Arbeit werde ich außer der Beschreibung des Apparates und der Theorie der Versuche die Ergebnisse der Messungen mitteilen, welche ich bisher zur Bestimmung des Reibungskoeffizienten der *atmosphärischen Luft* ausgeführt habe. Die Arbeit wird daher aus folgenden Teilen bestehen:

I. Prinzip und mathematische Theorie der Methode;

II. Beschreibung des Apparates und des Beobachtungsverfahrens;

III. Die Resultate: Der Reibungskoeffizient der Luft.

I. Prinzip und mathematische Theorie der Methode.

Eine kupferne Kugelschale g wird auf einen Metalldraht so aufgehängt, daß in der Ruhelage die Verlängerung der Drahtachse durch den Mittelpunkt der Kugelschale geht (vgl. die Figur). Die Kugelschale wird mit einer fixen Hohlkugel G umgeben, deren Mittelpunkt mit dem der Schale g zusammenfällt. Die Kugelschale und der Raum zwischen der Kugelschale und der Hohlkugel wird mit dem zu untersuchenden Gase gefüllt, die Kugelschale aus der Ruhelage durch eine Rotation um die Drahtachse abgelenkt; dann wird das aufgehängte System erfahrungsgemäß eine gedämpfte harmonische

1) G. Zemplén, Probemessungen zur Bestimmung der inneren Reibung der Gase nach einer neuen experimentellen Methode (ungarisch). Math. és Phys. Lapok. 10. 1901.

2) Ein kurzer Auszug dieser Arbeit ist im Jahrgang 1901 (p. 399) sowohl des „Mathematikai és Természettudományi Ertesítő“ (ungarisch) als auch der Mathem.-Naturwissensch. Berichte aus Ungarn (p. 74) (deutsch) erschienen.

Bewegung ausführen, dessen Differentialgleichung die folgende ist:

$$(1) \quad K \frac{d^2 \vartheta}{dt^2} - F \frac{d \vartheta}{dt} + \tau \vartheta = 0.$$

K bedeutet hier das Trägheitsmoment des schwingenden Systems, ϑ den Ablenkungswinkel desselben zur Zeit t (in der Ruhelage ist $\vartheta = 0$), $F(d\vartheta/dt)$ ist das dämpfende Moment sämtlicher Reibungskräfte, welche mit der Winkelgeschwindigkeit proportional angenommen wurde, $\tau \vartheta$ das Drehmoment der Torsionselastizität des Drahtes.

Das Dämpfungsverhältnis k (das Verhältnis einer Winkelamplitude zur folgenden) und die Schwingungsdauer T können experimentell bestimmt werden, woraus F berechnet werden kann; (1) kann nämlich auch so geschrieben werden:

$$(2) \quad \frac{d^2 \vartheta}{dt^2} + 2\beta \frac{d \vartheta}{dt} + \frac{\tau}{K} \vartheta = 0,$$

wo jetzt

$$(3) \quad \beta = \frac{\log_{\text{nat}} k}{T} = \frac{\lambda}{T}$$

das *logarithmische Dekrement pro Zeiteinheit* bedeutet. Aus (1) und (2) folgt daher

$$(4) \quad F = -2\beta K,$$

wo β und K der Messung zugängliche Größen sind.

Würde F nur aus dem Dämpfungsmoment der Gasreibung auf der Kugelschale bestehen, dann wäre das Problem durch Bestimmung von k , T und K erledigt, denn F kann in diesem Falle durch Integration der Bewegungsgleichungen des Gases als eine Funktion des Reibungskoeffizienten η dargestellt werden, in welcher als Koeffizienten lauter experimentell meßbare Größen (die Dichte ρ , k , T , die Dimensionen der Kugelschalen) auftreten. (4) wäre daher eine Gleichung, in welcher außer η lauter der Messung zugängliche Größen vorhanden sind, so daß daraus η berechnet werden könnte.

F rührt jedoch nur teilweise von der Reibung des Gases auf der Kugelschale her; in F beteiligen sich außerdem die innere Reibung des Aufhängedrahtes, die Reibung der Luft auf den übrigen Teilen des schwingenden Systems (Spiegel, andere Nebenteile). Bezeichnen wir mit F_g den ausschließlich

von der Gasreibung auf der Kugelschale herrührenden Teil von F , dann kann F so dargestellt werden:

$$(5) \quad F = F_g + F_e.$$

Die Berechnung von F_e ist kaum durchführbar, weil F_e von lauter mathematisch nicht gut definierbaren Größen abhängt, wir werden daher F_e eliminieren.

Wir entfernen die Kugelschale vom schwingenden System und sorgen dafür, daß F_e ungeändert bleiben soll; dazu ist erforderlich, daß einerseits die *Belastung* des Drahtes, andererseits die *Form* und *Dimensionen* aller Teile außer der Kugelschale dieselbe sei wie vorher. Die Bewegungsgleichung dieses neuen Systems wird dann

$$(6) \quad K' \frac{d^2 \vartheta}{dt^2} - F_e \frac{d \vartheta}{dt} + \tau \vartheta = 0,$$

wo K' das Trägheitsmoment des neuen Systems bedeutet.

Haben k' , λ' , T' , β' ähnliche Bedeutung für das neue System, wie vorher k , λ etc. für das ursprüngliche, dann ist wiederum

$$(7) \quad F_e = -2\beta' K',$$

also aus (4), (5) und (7)

$$(I) \quad F_g = -2(\beta K - \beta' K').$$

Diese ist nunmehr eine Gleichung, in welcher außer η nur experimentell bestimmbare Größen auftreten, woraus also η berechnet werden kann, falls F_g auf Grund der Bewegungsgleichungen als Funktion von η dargestellt wird.

Die Bewegungsgleichungen sind für das Innere und das Äußere der Kugelschale getrennt zu integrieren. Setzen wir voraus — wie das bei der Behandlung solcher Erscheinungen gebräuchlich ist —, daß die unmittelbar die Kugelschale berührende Gasschicht dieselbe Bewegung ausführt wie die Kugelschale selbst (daß also *keine Gleitung* vorhanden ist), dann liefert die Bewegung der Kugelschale selbst die *Randbedingungen* zur Integration der hydrodynamischen Gleichungen. Die Voraussetzung der verschwindenden Gleitung ist insbesondere nach den sorgfältigen Untersuchungen von Kundt und Warburg¹⁾ für nicht allzu kleine Drucke berechtigt.

1) A. Kundt und E. Warburg, Berliner Akad. Monatsber. p. 160. 1875; Pogg. Ann. 155. p. 337 u. 525.

Bei der Integration der Bewegungsgleichungen schließe ich mich den klassischen Beispielen von Maxwell¹⁾, Stokes²⁾ und insbesondere Helmholtz³⁾ an.

Unser Problem kann analytisch so formuliert werden:

Es sind die Geschwindigkeitskomponenten u, v, w , die Dichte ϱ und der Druck p als Funktionen des Ortes x, y, z und der Zeit t so zu bestimmen, daß folgende Gleichungen und Randbedingungen erfüllt sein sollen:

Sowohl im Innern als auch außerhalb der Kugelschale die auf Reibung korrigierten hydrodynamischen Gleichungen:

$$(II) \left\{ \begin{array}{l} \varrho \frac{du}{dt} = \varrho X - \frac{\partial p}{\partial x} + \eta \left\{ \nabla^2 u + \frac{1}{3} \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} \right) \right\}^4 \\ \varrho \frac{dv}{dt} = \varrho Y - \frac{\partial p}{\partial y} + \eta \left\{ \nabla^2 v + \frac{1}{3} \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} \right) \right\} \\ \varrho \frac{dw}{dt} = \varrho Z - \frac{\partial p}{\partial z} + \eta \left\{ \nabla^2 w + \frac{1}{3} \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} \right) \right\} \\ 0 = \frac{d\varrho}{dt} + \varrho \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} \right) \\ p = \varphi(\varrho, \Theta) \end{array} \right.$$

X, Y, Z sind hier gegebene, auf die Volumeneinheit im Punkte x, y, z zur Zeit t wirkende äußere Kräfte, der Reibungskoeffizient η ist im allgemeinen von p und von der Temperatur Θ des Gases abhängig; die letzte Gleichung in (II) ist die Zustandsgleichung des Gases.

Die Randbedingungen sind, wenn der Anfangspunkt der Koordinaten in dem Mittelpunkt der Kugelschale gelegt wird, die z -Achse senkrecht nach oben gerichtet:

a) Für den inneren Raum, wenn der innere Radius der Kugelschale mit r_1 bezeichnet wird, besteht die einzige Bedingung:

Ist

$$x^2 + y^2 + z^2 = r_1^2,$$

1) J. C. Maxwell, Scient. Papers. 2. p. 1.

2) Stokes, Phil. Trans. 8. Cambridge; Phil. Trans. 177. p. 786. London.

3) H. v. Helmholtz, Wissensch. Abhandl. 1. p. 172.

4) $\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}; \quad \frac{d}{dt} = \frac{\partial}{\partial t} + u \frac{\partial}{\partial x} + v \frac{\partial}{\partial y} + w \frac{\partial}{\partial z}.$

dann ist die Winkelgeschwindigkeit

$$(IIa) \quad \psi = -\frac{u}{y} = \frac{v}{x} = D e^{-\beta t} \cos \omega t = \Psi.$$

Ψ ist die experimentell beobachtbare Winkelgeschwindigkeit der Kugelschale.

b) Für den äußeren Raum, wenn r_2 den äußeren Radius der Kugelschale, R den Radius der Hohlkugel bedeutet, bestehen zwei Bedingungen:

Ist

$$(IIb) \left\{ \begin{array}{l} \text{und ist } x^2 + y^2 + z^2 = r_2^2, \text{ so ist } \psi = \Psi \\ x^2 + y^2 + z^2 = R^2, \text{ so ist } \psi = 0. \end{array} \right.$$

Mit Rücksicht auf die vorhandene Versuchsanordnung erfährt das System (II) noch beträchtliche Vereinfachungen.

Durch geeignete Wahl des Aufhängerdrahtes und der Dimensionen des schwingenden Systems können wir erreichen, daß die Schwingungen so langsam vor sich gehen, daß die Glieder zweiten Grades in u, v, w und in den Deformationsgeschwindigkeiten $\partial u / \partial x, \partial u / \partial y, \dots$ im Vergleich zu den Gliedern ersten Grades vernachlässigt werden können. Daraus folgt:

I. Das Zeichen d/dt kann durch das Zeichen $\partial/\partial t$ ersetzt werden.

II. Die Reibungswärme — eine quadratische Form der Deformationsgeschwindigkeiten — kann vernachlässigt werden: wenn also das Gas anfänglich gleichmäßiger Temperatur war, bleibt dieser Zustand auch während der Bewegung der Kugelschale unverändert, falls äußere Einwirkungen ausgeschlossen sind. η wird also eine Funktion von p allein bleiben (wie bekannt ist η von p unabhängig).

Mit Rücksicht darauf, daß im Gase sich ein Rotationskörper um seine Rotationsachse bewegt, und daß der hydrostatische Druck p von den Komponenten der inneren Reibung unabhängig ist, können wir annehmen, daß p in jeder horizontalen Ebene konstant ist, also

$$\frac{\partial p}{\partial x} = \frac{\partial p}{\partial y} = 0.$$

War das Gas anfänglich in Ruhe, dann wird die Rotation der Kugelschale keine senkrechte Geschwindigkeit im Gase zustande bringen, es wird also überall

$$w = 0,$$

ebenso bleibt die Dichte im Gase zeitlich unverändert und in horizontalen Ebenen konstant, also

$$\frac{d\rho}{dt} = \frac{\partial \rho}{\partial t} = 0.$$

Von äußeren Kräften ist die Schwere allein vorhanden ($X=Y=0$, $Z=-g$); die dritte Gleichung im System (II) gibt also mit Rücksicht auf die erwähnten Vereinfachungen die Änderung der Dichte mit der Höhe z ; dieselbe ist jedoch mit Rücksicht auf die kleinen Dimensionen des Apparates ($R=6$ cm) zu vernachlässigen, so daß p , ρ , folglich auch η , im ganzen Gase als konstant angenommen werden können.

Das System (II) geht also in folgendes über:

$$(II^*) \quad \begin{cases} \rho \frac{\partial u}{\partial t} = \eta \nabla^2 u, \\ \rho \frac{\partial v}{\partial t} = \eta \nabla^2 v, \\ 0 = \frac{\partial u}{\partial t} + \frac{\partial v}{\partial y}. \end{cases}$$

Mit Rücksicht auf die Form der Randbedingungen versuchen wir die Bewegung des Gases so darzustellen, daß jede mit der Kugelschale konzentrische kugelförmige Gasschicht als je ein starrer Körper eine gedämpfte harmonische Bewegung der gleichen Schwingungsdauer und logarithmischen Dekrements wie die Kugelschale selbst ausführt, die Winkelgeschwindigkeit aber, mit welcher diese Gasschichten die Gleichgewichtslage passieren, eine Funktion des Radius r der Gasschicht allein ist. Wir suchen daher eine Lösung des Systems (II*) und der Randbedingungen (IIa) und (IIb) folgender Form für die Winkelgeschwindigkeit

$$(8) \quad \psi = \varphi(r) e^{-\beta t} \cos \omega t.$$

Führen wir in (II*) an Stelle von u , v die Winkelgeschwindigkeit ψ ein, so wird die dritte Gleichung (II*) durch die Annahme, daß ψ nur von r und t abhängt, identisch befriedigt, und die beiden ersten Gleichungen gehen in folgende Gleichung für ψ über, in welcher x , y , z nur in der Kombination r auftreten:

$$(9) \quad \frac{\partial \psi}{\partial t} - \frac{\eta}{\rho} \left(\frac{\partial^2 \psi}{\partial r^2} + \frac{4}{r} \frac{\partial \psi}{\partial r} \right) = 0.$$

Setzen wir voraus, daß ψ die Form (8) besitzt, so erhalten wir für φ folgende gewöhnliche Differentialgleichung:

$$(10) \quad \beta \varphi + \frac{\eta}{\varphi} \left(\frac{4}{r} \frac{d\varphi}{dr} + \frac{d^2\varphi}{dr^2} \right) = 0.$$

Die allgemeine Lösung dieser Differentialgleichung ist nach Helmholtz¹⁾

$$(11) \quad \varphi = A \left(\frac{im}{r^2} - \frac{1}{r^2} \right) e^{imr} + B \left(\frac{im}{r^2} + \frac{1}{r^2} \right) e^{-imr},$$

wo $i = \sqrt{-1}$, $m = \beta^{1/2} \varrho^{1/2} / \eta^{1/2}$ und A, B im allgemeinen komplexe Konstanten bedeuten. Der reelle und der imaginäre Teil von φ befriedigen jeder für sich allein die Gleichung (10); die allgemeine reelle Form von φ ist:

$$(12) \quad \varphi = \frac{1}{r^2} (A_1 [\cos mr + mr \sin mr] + B_1 [mr \cos mr - \sin mr]).$$

A_1 und A_2 sind hier reelle Konstanten, welche mit Hilfe der Randbedingungen bestimmt werden müssen. (Die Berücksichtigung des imaginären Teiles führt auf dasselbe Resultat.)

Bei dieser Bestimmung sind nunmehr die Raumteile innerhalb und außerhalb der Kugelschale getrennt zu behandeln:

Für den inneren Raumteil besitzen wir jedoch nur eine Randbedingung; als zweite wählen wir die Bedingung, daß für $r=0$ φ nicht unendlich groß werden soll; diese zwei Bedingungen liefern für ψ die Form

$$(13) \quad \psi = \frac{r_1^2 (mr \cos mr - \sin mr)}{r^3 (m r_1 \cos m r_1 - \sin m r_1)} D e^{-\beta t} \cos \omega t.$$

Für den äußeren Raumteil liefern die Randbedingungen (II b):

$$(14) \quad \psi = \frac{r_2^2 \{m(R-r) \cos m(R-r) - (m^2 R r^2 + 1) \sin m(R-r)\}}{r^3 \{m(R-r_2) \cos m(R-r_2) - (m^2 R r_2^2 + 1) \sin m(R-r_2)\}} D e^{-\beta t} \cos \omega t.$$

Damit ist die Verteilung der Geschwindigkeit im Gase vollkommen gegeben und wir können das Drehmoment der Gasreibung auf der Kugelschale berechnen.

Es seien Ξ, df, H, df, Z, df die rechtwinkligen Komponenten der Kraft, welche das Gas auf ein Flächenelement df ausübt, dessen nach dem Innern des Gases gerichtete Normale

1) l. c.

durch s bezeichnet ist. Dann ist das gesuchte Drehmoment um die x -Achse

$$(15) \quad \Phi = \int_1 (x_1 H_{x_1} - y_1 \Xi_{x_1}) df_1 + \int_2 (x_2 H_{x_2} - y_2 \Xi_{x_2}) df_2.$$

Die Größen mit dem Index 1 beziehen sich auf die innere, die Größen mit dem Index 2 auf die äußere Fläche der Kugelschale.

Sind λ, μ, ν die Richtungskosinus von s und

$$A_x, B_y, C_z, B_x = C_y, C_x = A_z, A_y = B_z$$

die Komponenten der inneren Reibung des Gases, dann ist

$$(16) \quad \begin{cases} -\Xi_x = A_x \lambda + A_y \mu + A_z \nu, \\ -H_x = B_x \lambda + B_y \mu + B_z \nu, \\ -Z_x = C_x \lambda + C_y \mu + C_z \nu. \end{cases}$$

Die Komponenten der inneren Reibung sind folgende Funktionen der Deformationsgeschwindigkeiten:

$$(17) \quad \begin{cases} -A_x = 2\eta \left\{ \frac{\partial u}{\partial x} - \frac{1}{3} \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} \right) \right\}, \\ -B_y = 2\eta \left\{ \frac{\partial v}{\partial y} - \frac{1}{3} \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} \right) \right\}, \\ -C_z = 2\eta \left\{ \frac{\partial w}{\partial z} - \frac{1}{3} \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} \right) \right\}, \\ -B_x = \eta \left(\frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial w}{\partial y} \right), \quad -C_x = \eta \left(\frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial z} \right), \\ -A_y = \eta \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right). \end{cases}$$

u, v, w sind bekannt, es kann daher Φ auf Grund der Formeln (15), (16) und (17) berechnet werden; es wird

$$(18) \quad -\Phi = \frac{8}{3} \pi \eta \left\{ r_1^4 \left(\frac{\partial \psi}{\partial r} \right)_1 - r_2^4 \left(\frac{\partial \psi}{\partial r} \right)_2 \right\}.$$

Es sei andererseits

$$(19) \quad \Phi = F_g \frac{d\vartheta}{dt} = F_g D e^{-\rho t} \cos \omega t.$$

Wenn man daher in (18) die Ausdrücke (13) und (14) für ψ einsetzt, dann erhält man

$$(III) \quad \begin{cases} -\frac{1}{3} F_g = \beta K - \beta' K' = \frac{4}{3} \pi \eta \left\{ m^2 r_1^5 \frac{\sin m r_1}{\sin m r_1 - m r_1 \cos m r_1} - 3 r_1^4 \right. \\ \left. - m^2 r_2^5 \frac{m R \cos m(R-r_2) - \sin m(R-r_2)}{m(R-r_2) \cos m(R-r_2) - (m^2 R r_2^2 + 1) \sin m(R-r_2)} + 3 r_2^4 \right\}. \end{cases}$$

Diese ist eine transzendente Gleichung zur Bestimmung von η . Die Lösung kann durch sukzessive Approximation geschehen, ähnlich wie diejenige der algebraischen Gleichungen z. B. nach der Horner'schen Methode. Zu diesem Zwecke schreiben wir die Gleichung in der Form:

$$(III^*) \quad \left\{ \begin{aligned} \eta = & \frac{\frac{3}{4\pi} (\beta K - \beta' K')}{r_1^3 \frac{m^2}{1 - m r_1 \cotg m r_1} +} \\ & + r_2^3 \frac{m^2 R - m^2 \operatorname{tg} m (R - r_2)}{(m^2 R r_2^2 + 1) \operatorname{tg} m (R - r_2) - m (R - r_2)} + 3(r_2^3 - r_1^3) \end{aligned} \right.$$

Bei den gegenwärtigen Versuchen war

$$\rho < 0,0015, \quad \eta > 0,00015, \quad \beta < 0,0005$$

(alles in C.G.S.), so daß

$$m = \left(\frac{\rho \beta}{\eta} \right)^{1/4} < 0,08.$$

Wir erhalten also aus (III*) für η einen ersten angenäherten Wert, wenn wir auf der rechten Seite der Gleichung $m = 0$ setzen; durch Anwendung der Regel von l'Hôpital erhält man:

$$\left(\frac{m^2}{1 - m r_1 \cotg m r_1} \right)_{m=0} = \frac{3}{r_1^2}$$

$$\left(\frac{m^2 R - m^2 \operatorname{tg} m (R - r_2)}{(m^2 R r_2^2 + 1) \operatorname{tg} m (R - r_2) - m (R - r_2)} \right)_{m=0} = 0.$$

Das bedeutet, daß in erster Annäherung die Wirkung der Gasreibung auf die innere Fläche der Kugelschale vernachlässigt werden kann, und man erhält zuerst

$$(20) \quad \eta = \frac{\beta K - \beta' K'}{4\pi r_1^2}.$$

Diesen Wert von η setzen wir in der rechten Seite von (III*) ein und erhalten daraus einen genaueren η , welchen wir in (III*) wieder rechts einsetzen können etc., bis der rechts in (III*) eingesetzte Wert von η innerhalb der Versuchsfehlergrenzen mit dem berechneten η übereinstimmt.

Viel bequemer ist jedoch die *graphische* Methode, welche auch schneller zum Ziele führt.

Wir führen in (III*) m an Stelle von η als Unbekannte ein, dann kann diese Gleichung in der Form geschrieben werden:

$$(III^{**}) \left\{ \begin{aligned} & \frac{3(\beta K - \beta' K')}{4\pi\varrho\beta} = \frac{1 - m r_1 \cotg m r_1}{m R - \tg m (R - r_2)} \\ & + r_1^2 (m^2 R r_2^2 + 1) \tg m (R - r_2) - m (R - r_2) \\ & + \frac{8}{m} (r_1^3 - r_2^3). \end{aligned} \right.$$

Die linke Seite dieser Gleichung sei mit N_1 , die rechte mit $N_2(m)$ bezeichnet, dann kann die Funktion $N = N_2(m)$ durch eine Kurve in der Nm -Ebene dargestellt werden, welche auf Grund einiger ausgerechneten Punkte aufgezeichnet werden kann; der Schnittpunkt dieser Kurve mit der zur m -Achse parallelen Geraden $N = N_1$ liefert den gesuchten Wert von m bez. η .

Bemerkenswert ist hierbei, daß die Kurve $N = N_2(m)$ ausschließlich von den Dimensionen des Apparates abhängig ist, so daß bei allen mit demselben Apparat ausgeführten Messungen dieselbe, ein für allemal aufgezeichnete, Kurve benutzt werden kann; die Berechnung von N_1 geschieht auf Grund der beobachteten Werte von β, β', ϱ .

Die Auswertung der gegenwärtigen Versuche geschah ebenfalls auf Grund dieser graphischen Methode.

II. Beschreibung des Apparates und des Beobachtungsverfahrens.

Der Apparat wurde in der Werkstätte für Präzisionsmechanik von Süss in Budapest hergestellt.

Sein essentieller Teil ist die Kugelschale g ; bei der Berechnung der Versuche wird nämlich diese als mathematisch genaue Kugelschale behandelt, es muß daher dafür gesorgt werden, daß diese Voraussetzung auch nach Möglichkeit erfüllt sei. Eben deshalb konnte dieselbe nicht aus zwei auf einer Drehbank hergestellten Halbkugelschalen zusammengelötet werden. Entsprechend dem Ratschlage des Hrn. M. Th. Edelmann, Physiker und Mechaniker in München, dem ich dafür auch an dieser Stelle meinen aufrichtigen Dank aussprechen will, habe ich die Kugelschale mit folgendem Verfahren hergestellt:

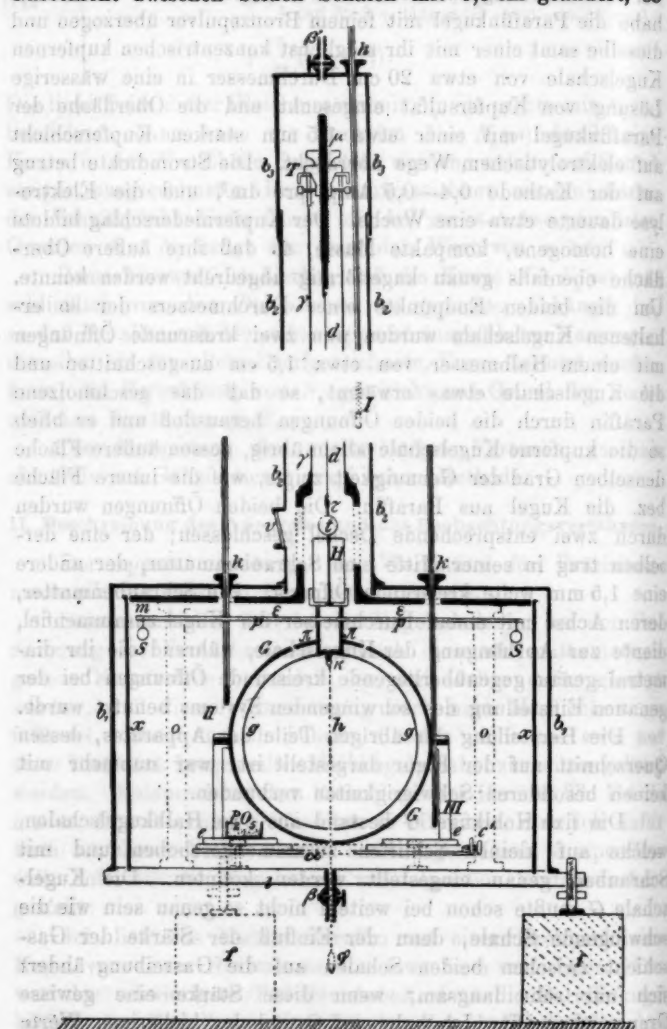
Ich ließ aus hartem Paraffin auf einer Drehbank eine Kugel von einem Halbmesser von etwa 5 cm verfertigen. Das war der schwierigste Teil der Arbeit, denn die Paraffinkugel bildete das Modell der Kugelschale. Ich habe dieselbe mit

einem Kathetometer geprüft: die größte Abweichung zwischen den gemessenen Durchmessern übertraf nicht 0,04 mm, was als ein sehr befriedigendes Resultat bezeichnet werden kann. Ich habe die Paraffinkugel mit feinem Bronzepulver überzogen und dieselbe samt einer mit ihr möglichst konzentrischen kupfernen Kugelschale von etwa 20 cm Durchmesser in eine wässerige Lösung von Kupfersulfat eingesenkt und die Oberfläche der Paraffinkugel mit einer etwa 1,5 mm starken Kupferschicht auf elektrolytischem Wege überdeckt. Die Stromdichte betrug auf der Kathode 0,4—0,5 Amp. pro dm^2 , und die Elektrolyse dauerte etwa eine Woche. Der Kupferniederschlag bildete eine homogene, kompakte Masse, so daß ihre äußere Oberfläche ebenfalls genau kugelförmig abgedreht werden konnte. Um die beiden Endpunkte eines Durchmessers der so erhaltenen Kugelschale wurden nun zwei kreisrunde Öffnungen mit einem Halbmesser von etwa 1,5 cm ausgeschnitten und die Kugelschale etwas erwärmt, so daß das geschmolzene Paraffin durch die beiden Öffnungen herausfloß und es blieb so die kupferne Kugelschale allein übrig, dessen äußere Fläche denselben Grad der Genauigkeit zeigte, wie die innere Fläche bez. die Kugel aus Paraffin. Die beiden Öffnungen wurden durch zwei entsprechende Deckel geschlossen; der eine derselben trug in seiner Mitte eine Schraubenmutter, der andere eine 1,5 mm weite kreisrunde Öffnung. Die Schraubenmutter, deren Achse mit einem Durchmesser der Kugel zusammenfiel, diente zur Aufhängung der Kugelschale, während die ihr diametral genau gegenüberliegende kreisrunde Öffnungen bei der genauen Einstellung des schwingenden Systems benutzt wurde.

Die Herstellung der übrigen Teile des Apparates, dessen Querschnitt auf der Figur dargestellt ist, war nunmehr mit keinen besonderen Schwierigkeiten verbunden.

Die fixe Hohlkugel *G* bestand aus zwei Halbkugelschalen, welche auf kleinen Schlitten zusammengeschoben und mit Schrauben genau eingestellt werden konnten. Die Kugelschale *G* mußte schon bei weitem nicht so genau sein wie die schwingende Schale, denn der Einfluß der Stärke der Gaschicht zwischen beiden Schalen auf die Gasreibung ändert sich nur sehr langsam, wenn diese Stärke eine gewisse Grenze übertrifft. Ich habe auf Grund der bisherigen Werte

von η das entsprechende Dämpfungsverhältnis für $r_2 = 5$ cm, $R - r_2 = 0,5$ cm und $R - r_2 = 1,0$ cm berechnet; wurde die Gasschicht zwischen beiden Schalen mit 0,5 cm geändert, so



verursachte dies im Dekrement bloß eine Änderung von $\frac{1}{100}$. Bei den gegenwärtigen Versuchen war $R - r_2$ ca. 1 cm, so daß die kleineren Unregelmäßigkeiten der äußeren Kugel keine wahrnehmbaren Fehler verursachen konnten.

Besondere Sorgfalt mußte der Elimination der Reibungskräfte (F) gewidmet werden, die nicht direkt berechnet werden konnten. Wie früher erwähnt wurde, habe ich zu diesem Zwecke zuerst die Schwingungen der Kugelschale beobachtet und dann diejenigen eines zweiten Systems, welches nach Entfernung der Kugelschale zurückblieb; in beiden Systemen mußte aber die *Belastung* des Drahtes und die *Form und Größe aller Teile außer der Kugelschale* dieselbe sein. Ich habe deshalb zwei kongruente Zylinder aus Aluminium und aus Blei herstellen lassen, so daß der Unterschied ihrer Gewichte dem Gewichte der Kugelschale gleich war. Als ich die Schwingungen der Kugelschale beobachtete, war der Aluminiumzylinder über dieselbe so befestigt, daß seine Achse mit der Rotationsachse des Systems übereinstimmte; nachher habe ich die Kugelschale entfernt, den Aluminiumzylinder mit dem Bleizylinder vertauscht und die Schwingungen dieses Systems beobachtet. Dadurch wurde in der Tat erreicht, daß das dämpfende Moment aller Teile außer der Kugelschale in beiden Systemen dasselbe war.

Im zweiten Falle hätte ich aber mit dem Bleizylinder allein eine allzu kleine Schwingungsdauer erhalten, was die Genauigkeit der Beobachtungen vermindert hätte. Ich habe deshalb das Trägheitsmoment beider Systeme vergrößert, indem ich zwischen die Zylinder und die Kugelschale ein horizontales Kreuz aus Messingstäben befestigte, auf welchem kleine Messinggewichte (g) verschiebbar befestigt waren. Auf den Stäben war eine Millimeterteilung angebracht, so daß die Entfernung der Gewichte von der Rotationsachse abgelesen werden konnte. Dadurch konnte auch die Bestimmung der Trägheitsmomente leicht durchgeführt werden.

Die Zusammenstellung des Apparates geschah nun folgendermaßen:

Das Skelett des Apparates war eine 1 cm dicke Kreisscheibe (I) aus Messing mit einem Durchmesser von 40 cm, in welchen vier 20 cm hohe Säulen (O) aus Messing ein-

geschraubt waren, die den runden Tisch ε trugen. In der Mitte des Tisches befand sich eine kreisrunde Öffnung, über diese ragte die kupferne Röhre γ hervor, welche auf ihrem Ende in einem Abstand von 60 cm vom Tische ε den Torsionskopf T trug.

Der Apparat wurde in einem trockenen Keller des physikalischen Instituts der Budapester Universität aufgestellt und zwar auf drei Holzwürfel (f) auf einem in die Hauptwand des Instituts gelagerten Tische. Ich habe sodann die Scheibe l horizontal eingestellt, nachdem ich die mit einem Hahn versehene Röhre β ausgeschraubt habe. Jetzt habe ich den Draht d eingehängt und die Achse τ darauf befestigt, welche den Spiegel t , den Aluminiumzylinder H , das Kreuz p , die Kugelzone π und die Schraube α trug, welche in einem Haken endete. Nun zog ich durch die Kugelschale g einen doppelten Haarfaden h , an dessen Ende das Lot q hing, und habe das andere Ende des doppelten Haarfadens in den Haken α eingehängt und die Kugelschale auf die Schraube α aufgeschraubt. Ich habe nun die Gewichte s auf dem Kreuze so verschoben, daß der Haarfaden h genau durch den Mittelpunkt der kleinen kreisrunden Öffnung der Kugelschale hindurchging. Dadurch habe ich erreicht, daß die *Rotationsachse des Systems ein Durchmesser der Kugelschale war*. Ich habe zwei solche Lagen der Gewichte bestimmt und die Entfernungen von der Rotationsachse abgelesen: in einer Lage waren alle Gewichte nahe an den Enden der Stäbe, in der anderen Lage möglichst nahe an der Rotationsachse. Die Bestimmung zweier solcher Lagen war zur Messung der Trägheitsmomente notwendig. Einer der Stäbe trug auf seinem Ende einige Windungen aus dünnem weichen Eisendraht; diese kleine Spule m wurde dazu benutzt, den Apparat in Bewegung zu setzen.

Nach Entfernung des Haarfadens h habe ich auf den Schlitten e , welche am Tischchen α glitten, die beiden halben Hohlkugelschalen G so aneinander geschoben, daß sie eine geschlossene Kugel bildeten, wovon durch eine horizontale Ebene eine Kalotte abgeschnitten war. Die Kugelzone π war auf der Achse τ so befestigt, daß sie bei konzentrischer Einstellung der Kugelschale G und der Kugelschale g genau die Fortsetzung der fixen Kugelschale bildete. Ich habe daher einer-

seits durch geeignete Drehung der Schraube μ am Torsionskopfe erreicht, daß das schwingende System der Höhe nach entsprechend eingestellt war, andererseits durch Verschiebung der Schlitten e erreicht, daß der ringförmige Zwischenraum zwischen der Kugelschale G und der Kugelzone π überall gleich breit war. Bei genauer Einstellung war dieser Zwischenraum etwa 1 mm breit, so daß diese Einstellung mit Hilfe der Schrauben c' mit befriedigender Genauigkeit erreicht werden konnte. In dieser Weise konnte ich erreichen, daß die Mittelpunkte der fixen und der schwingenden Kugelschale zusammenfielen.

Nun stellte ich auf einen der Schlitten e eine Schale mit P_2O_5 und bedeckte den unteren Teil des Apparates mit dem Zylinder x aus 1,5 mm starkem Messingblech. Nachher wurde der ganze Apparat in die aus drei Stücken b_1, b_2, b_3 bestehende Messinghülle eingeschlossen, welche mit dem zur Spiegelablesung dienenden Fenster v versehen war. Der untere Teil (b_1) war in den Rand der Scheibe l eingeschliffen; derselbe wurde gut eingefettet und so der Teil b_1 daraufgelegt. In den Teil b_1 wurde dann die Röhre b_2 eingeschraubt, welche die Röhre γ umgab und das Fenster v trug. Auf die Röhre b_2 wurde endlich das Endstück b_3 aufgeschraubt, welches mit dem Röhrchen β samt Hahn versehen war. Sämtliche Schraubenwindungen wurden gut eingefettet.

Endlich wurde auch das Röhrchen β in die Scheibe l eingeschraubt und die Thermometer I, II und III eingesetzt. Für diese trugen die Messinghülle b und der Tisch a entsprechende Einschnitte; die Thermometer waren in messingene Schrauben k eingefaßt, welche luftdicht in die Messinghülle eingeschraubt werden konnten. Die Kugeln der Thermometer ragten tief in das Innere des Apparates hinein; der Quecksilberfaden und die Gradverierung lagen jedoch außerhalb, so daß die Ablesungen ohne Schwierigkeit geschehen konnten. Die Thermometer II und III zeigten die Temperatur des Gases möglichst nahe an der Kugelschale, und zwar II diejenige der oberen, III diejenige der unteren Gasschichten. Die Kugel des Thermometers I ragte bis ungefähr zur Mitte des Aufhängedrahtes in die Hülle b_2 hinein und konnte so insbesondere von der Änderung der Temperatur des Drahtes Rechenschaft geben.

Der so zusammengestellte Apparat konnte nun mit Hilfe der Hähne β und β' mit einem beliebigen Gase gefüllt werden. Die Messinghülle war noch bei Druckunterschieden von 5—6 cm Quecksilber sehr genau luftdicht, konnte aber selbstverständlich größere Druckunterschiede nicht vertragen. Mein Zweck war aber ohnehin nicht etwa die Änderung des Reibungskoeffizienten mit der Änderung des Druckes zu beobachten, denn solche relative Messungen können nach anderen Methoden einfacher ausgeführt werden. Vielmehr war ich bestrebt, den absoluten Wert von η für einen bekannten Zustand des Gases möglichst einwandfrei zu bestimmen.

Meine bisherigen Messungen beziehen sich auf getrocknete atmosphärische Luft bei Zimmertemperatur und normalem Drucke.

Ich habe den Hahn β mit mehreren mit CaCl_2 und nassem NaOH gefüllten U-Röhren verbunden, welche mit der freien Luft des Gartens des physikalischen Instituts kommunizierten; dazwischen wurden mehrere Wattepfropfen eingeschaltet, damit kein Staub in den Apparat eindringen sollte. Den Hahn β habe ich mit einem Quecksilberbarometer und mit einer Wasserstrahlpumpe mittels einer mit CaCl_2 gefüllten Röhre verbunden.

Die Luft wurde so mit einer Druckdifferenz von etwa 5—6 cm an beiden Enden der Leitung durch den Apparat gezogen. Das NaHO entfernte davon die Kohlensäure, das CaCl_2 den Wasserdampf; so kam die Luft in den Apparat hinein, wo noch die letzten Reste von Wasserdampf durch das P_2O_5 absorbiert wurden. Damit die Luft in allen Teilen des ziemlich labyrinthartig gebauten Apparates eindringen kann, habe ich dafür gesorgt, überall die nötige Anzahl von Ventilationslöchern anbringen zu lassen, insbesondere wurde die Schraube x und die untere Fassung des horizontalen Kreuzes durchgebohrt.

Der Apparat wurde so vor jedem Versuche zirka 24 Stunden lang mit reiner getrockneter Luft durchgespült; alsdann wurden die Hähne geschlossen, und nachdem die Thermometer das Eintreten des Temperaturgleichgewichtes versichert hatten, wurde das schwingende System durch Vermittelung der kleinen Eisenspule m mit einem Magnete abgelenkt und als die Amplituden

klein genug geworden waren, die Schwingungsdauer und das Dekrement der Amplituden beobachtet.

Sämtliche Beobachtungen (auch die Ablesung der Thermometer) wurden mittels Fernrohre, die 3—4 m weit vom Apparat aufgestellt waren, ausgeführt. Die Temperatur wurde unmittelbar vor der Beobachtung des ersten und nach derjenigen des letzten Umkehrpunktes auf allen Thermometern abgelesen.

Ich habe die Beobachtungen gewöhnlich sofort begonnen, sobald die Umkehrpunkte innerhalb der Skala lagen; aus den ersten drei wurde die Gleichgewichtslage des Systems bestimmt und auf der Skala bezeichnet; sodann wurden 40 Koinzidenzen der Gleichgewichtslage mit dem Fadenkreuze beobachtet und alle dazwischen liegenden Umkehrpunkte abgelesen. Dann wurden die Ausschläge auf die entsprechenden Bogen reduziert und λ und T berechnet.

III. Die Resultate; der Reibungskoeffizient der Luft.

Die Elimination des der Rechnung schwerlich zugänglichen Dämpfungsmomentes F , gründet sich auf die Annahme, daß dieses Dämpfungsmoment im Laufe der Messungen ungeändert bleibt. Es mußte daher ganz besonders dafür gesorgt werden, daß die innere Reibung des Drahtes, welche den größten Teil von F liefert, während der Versuche keine Änderung erfährt.

Andererseits mußte ich den Draht so auswählen, daß seine Tragfähigkeit möglichst groß und seine Torsionselastizität möglichst klein ausfallen soll, um möglichst große Schwingungsdauer zu erhalten.

Ein Nickeldraht entsprach sehr gut der zweiten Forderung, und ich habe daher meine Messungen anfangs mit monatelang austordiertem, $\frac{1}{30}$ mm dickem Nickeldraht durchgeführt, mit welchem ich je nach den verschiedenen schwingenden Systemen verschiedene Schwingungsdauer erhalten habe, die zwischen 111 und 74 sec variierten. Die Torsionselastizität des Drahtes erwies sich ebenfalls als sehr genau konstant, die innere Reibung desselben war jedoch bedeutenden Schwankungen unterworfen; das natürliche logarithmische Dekrement λ zeigte bei derselben Anordnung nach wiederholten Messungen Änderungen bis zu 10—15 Proz. Nun ist aber η (vgl. die Annäherungsformel (20)) in erster Annäherung eine lineare Funktion solcher λ ,

so daß eine genaue Bestimmung von η bei Benutzung dieses Drahtes unmöglich war.

Bei Stahldrähten fand ich noch größere Schwankungen.

Ich mußte mich daher mit kleineren Schwingungsdauern begnügen und einen $\frac{1}{10}$ mm dicken Platindraht benutzen. Anfangs erreichte ich auch hier nicht das gewünschte Resultat, später gelang es jedoch durch geeignete Behandlung des Drahtes vor den Messungen, ein ziemlich konstantes Dekrement zu erhalten.

Die innere Reibung (elastische Nachwirkung) des Drahtes ist nämlich in hohem Maße von der „Vorgeschichte“ desselben abhängig, darum war ich bestrebt, die Versuche so einzurichten, daß diese Vorgeschichte wenigstens eine gewisse Zeit unmittelbar vor den Messungen in allen Fällen dieselbe sein soll. Ich habe deshalb folgendes Verfahren angewandt, welches sich als zweckmäßig erwies:

Nachdem der Apparat mit getrockneter Luft gefüllt war, ließ ich denselben einen Tag lang ruhig liegen, sodann habe ich das schwingende System mit ca. 40° von der Gleichgewichtslage abgelenkt. Nach 3 Stunden waren die Ausschläge schon ganz klein; dann wurde die Ablenkung mit möglichst demselben Winkel wiederholt, wieder 3 Stunden lang gewartet und erst nach der dritten Ablenkung die Beobachtungen begonnen, sobald die Umkehrpunkte innerhalb der Skala lagen.

Für die Konstanthaltung der Temperatur brauchte nicht besonders gesorgt werden, denn der Apparat war in einem beständig verdunkelten Souterrain des physikalischen Instituts aufgestellt, wo die Temperatur sehr genau konstant war. Die vollständige Versuchsserie zur Bestimmung des Reibungskoeffizienten für getrocknete Luft dauerte aber einen vollen Monat (vom 27. August bis 29. September 1904), so daß inzwischen eine gewisse Änderung der Temperatur doch merkbar wurde. Dies verursachte jedoch keine Schwierigkeit, denn die Versuchsserie war so eingerichtet:

Es wurden beobachtet:

I. 6 Schwingungsserien (à 40 Koinzidenzen) als das System mit der Kugelschale und dem Aluminiumzylinder belastet war;

II. 6 Schwingungen, als die Kugelschale abgeschraubt

und der Aluminiumzylinder mit einem Bleizylinder ersetzt war, endlich

III. wieder 6 Schwingungsserien bei der Anordnung I.

Die Mittelwerte der Resultate der Beobachtungen I und III wurden mit denjenigen der Beobachtungen II kombiniert, und so konnte die während der ganzen Dauer der Beobachtungen in demselben Sinne eingetretene Änderung der Temperatur eliminiert werden, und es war nicht notwendig, den Temperaturkoeffizienten besonders zu bestimmen.

Die folgende Tabelle enthält die Resultate der Messungen; die Maximalfehler der beobachteten Größen sind überall hinzugefügt: jeder Wert von λ und T wurde nämlich aus 41 Umkehrpunkten bez. 40 Koinzidenzen abgeleitet:

A.

Nr. des Versuches	k		T (sec)		Θ (Temperatur)		Verschiebung der Gleichgewichtslage in Skt.
	Zahlenwert	Max.-Fehler	Zahlenwert	Max.-Fehler	Zahlenwert	Max.-Fehler	
I. 1	1,01075	0,00023	32,431	0,019	21,35	0,01	0,2
2	86	24	412	13	50	02	0,3
3	74	22	404	21	39	04	0,5
4	78	26	399	21	19	03	1,1
5	74	18	398	17	14	02	0,2
6	80	16	399	14	14	01	0,3
II. 1	1,01159	0,00014	28,441	0,034	20,61	0,10	0,5
2	60	16	439	29	59	01	0,2
3	72	19	437	13	34	02	0,2
4	57	22	435	15	32	03	0,1
5	55	23	433	17	50	04	0,3
6	65	21	436	14	60	04	0,3
III. 1	1,01071	0,00022	32,396	0,012	19,62	0,03	0,2
2	79	22	382	08	69	04	0,3
3	88	18	375	20	41	01	0,1
4	87	22	378	23	21	02	0,1
5	87	20	395	21	20	05	0,6
6	76	23	401	19	57	02	0,3

Der Skalenabstand betrug 3300 cm (= 330 Skt.); ein Skalenteil = 31,8".

Das Dekrement der Amplituden zeigte — wie aus der Tabelle A ersichtlich ist — keine größeren Schwankungen als $\frac{1}{40}$ Proz., und die Schwingungsdauer konnte im ungünstigsten Falle bis auf $\frac{1}{10}$ Proz. bestimmt werden; die größte Schwankung der Temperatur innerhalb derselben Schwingungsserie betrug $0,1^{\circ}$ C., und die größte Verschiebung der Gleichgewichtslage 1 Skt. also ca. $\frac{1}{2}$ Min.

Die folgende Tabelle enthält die Mittelwerte $k, T, \lambda = \log n a k$, $\beta = \lambda/T$ berechnet aus allen Versuchen I, III, und k', T', λ', β' berechnet aus den Versuchen II; die Maximalfehler bedeuten in dieser Tabelle die größte Abweichung von den in Tabelle A aufgeschriebenen Mittelwerten.

B.

$k = 1,01080 \pm 0,00009$	$\lambda = 0,01074 \pm 0,00009$
$k' = 1,01161 \pm 0,00011$	$\lambda' = 0,01154 \pm 0,00011$
$T = 32,397 \pm 0,034$	$\beta = 0,0003316 \pm 0,0000028$
$T' = 28,437 \pm 0,004$	$\beta' = 0,0004059 \pm 0,0000039$

Die mittlere Temperatur betrug bei den Versuchen I $21,28^{\circ} \pm 0,22^{\circ}$ C., bei den Versuchen II $20,49^{\circ} \pm 0,17^{\circ}$, bei den Versuchen III $19,45^{\circ} \pm 0,24^{\circ}$; kombinieren wir die Versuche I mit den Versuchen III, so erhalten wir die mittlere Temperatur $20,37^{\circ}$, so daß der berechnete Wert von η sich auf $20,4^{\circ}$ C. beziehen wird.

Es ist aus der Tabelle B ersichtlich, daß die relative Genauigkeit der Größen λ bez. β , welche in der Formel für η unmittelbar auftreten, schon bedeutend kleiner ist als die Genauigkeit von k selbst; k ist nämlich angenähert $= 1 + \lambda$, und λ ist ungefähr 0,01, so daß, wenn k bis auf $\frac{1}{100}$ Proz. genau ist, λ nur bis auf 1 Proz. genau ausfallen wird; dieselbe wird die Genauigkeit von η selbst sein (vgl. die Formel (20)).

Daraus geht wieder klar hervor, wie sehr es wünschenswert ist, mit großer Schwingungsdauer zu arbeiten: k , die unmittelbar gemessene Größe, ist bis auf $\frac{1}{100}$ Proz. genau; das ist ungefähr die Grenze der experimentell erreichbaren Genauigkeit; wäre λ größer, dann würde sich bei derselben Genauigkeit von k ein genauerer Wert von λ ergeben; λ ist aber das logarithmische Dekrement bei einer Schwingung, welches

also mit der Schwingungsdauer direkt proportional ist, denn es ist β das Dekrement pro Zeiteinheit bei demselben Gase und bei demselben schwingenden System konstant. So war z. B. bei Anwendung des Nickeldrahtes $k = 1,038$ also λ mehr als dreimal so groß als bei dem Platindraht (die Schwingungsdauer ebenfalls), und so hätte η mit dreifacher Genauigkeit bestimmt werden können, falls die Schwankungen der inneren Reibung des Gases diese Versuche nicht vereitelt hätten.

Dadurch ist auch die Richtung gegeben, in welcher die Vervollkommnung dieser Methode durchgeführt werden muß: es muß ein Aufhängedraht von möglichst großer Tragfähigkeit, kleiner Torsionselastizität und konstanter innerer Reibung aufgesucht werden, dann kann die Genauigkeit der Messungen noch beträchtlich gesteigert werden.

Ich habe auf Grund der Zahlenwerte in der Tabelle β mit dem oben beschriebenen graphischen Verfahren den Wert von η bestimmt für getrocknete und von Kohlensäure gereinigte Luft bei der Temperatur $20,4^\circ$ und atmosphärischem Druck.

Ich habe auf Millimeterpapier fünf Punkte der Kurve $N = N_2(m)$ konstruiert:

$$m = 0,045, \quad 0,046, \quad 0,047, \quad 0,048, \quad 0,049,$$

$$N_2(m) = 234006, \quad 224003, \quad 214617, \quad 205700, \quad 197293$$

für

$$r_1 = 4,885, \quad r_2 = 5,007, \quad R = 6,084 \text{ cm.}$$

Die fünf konstruierten Punkte lagen sehr angenähert auf einer Geraden.

Auf dem Kreuze waren in Abständen

$$s_1 = 14,5, \quad s_2 = 14,5, \quad s_3 = 14,9, \quad s_4 = 12,5 \text{ cm,}$$

von der Drehungsachse die Gewichte

$$m_1 = 9,892, \quad m_2 = 9,887, \quad m_3 = 9,921, \quad m_4 = 9,888 \text{ g}$$

aufgehängt; bei dieser Anordnung waren die Trägheitsmomente

$$K = 18161, \quad K' = 18905 \text{ g cm}^2.$$

Ferner war

$$\rho_{20,4} = 0,001202 \text{ g cm}^{-3},$$

$$\beta = 0,0003316 \text{ sec}^{-1}, \quad \beta' = 0,0004059 \text{ sec}^{-1}.$$

N_1 war = 214782 und aus dem Schnittpunkte der Linien N_1 und N_2 ergab sich genau

$$m = 0,046988$$

und

$$\eta = 0,0001794 \text{ cm g}^{-1} \text{ sec}^{-1} \text{ (Max.-Fehler 1 Proz.)}$$

Meine nächste Aufgabe wird sein, eventuell mit Benutzung eines besser entsprechenden Aufhängedrahtes, die Änderung des Reibungskoeffizienten mit der Luftfeuchtigkeit zu bestimmen, wozu dieser Apparat besonders geeignet erscheint.

Zum Schluß sei mir gestattet, meinen innigsten Dank auszusprechen einerseits der Math.-Naturw. Kommission der Ungarischen Akademie der Wissenschaften, die durch ihre materielle Unterstützung die Herstellung des kostspieligen Apparates ermöglichte, andererseits meinem Professor, dem Hrn. Roland von Eötvös, dem Direktor des physikalischen Instituts der Budapester Universität, der diese in seinem Institute durchgeführten Messungen immer mit dem größten Interesse begleitete.

(Eingegangen 17. Januar 1906.)

**6. Über lichtelektrische Photometrie
und über die Natur der lichtelektrisch wirksamen
Strahlung des Kohlenbogens;
von R. Lindemann.**

Einleitung.

In zwei vor kurzem veröffentlichten Arbeiten hat Hr. Hallwachs¹⁾ die lichtelektrisch wirksame Strahlung des Lichtbogens untersucht. Er schuf sich dadurch die Grundlage für das quantitative Studium der lichtelektrischen Ermüdung und verfolgte weiterhin wesentlich letztere. An diesen Arbeiten nahm der Verfasser teil und empfing dadurch die Anregung, die Strahlung des Lichtbogens unter dem Gesichtspunkte sowohl der weiteren Förderung der ultravioletten Photometrie als auch der genaueren Aufklärung der Natur des Strahlungsvorganges zu verfolgen.

Zunächst wurden die von Hrn. Hallwachs lediglich unter Benutzung von Dochkohlen als Anoden angestellten Messungen über die Abhängigkeit der lichtelektrischen Strahlung von Stromstärke und Spannung des Bogens mit Homogenkohlen wiederholt, um dadurch die gelegentlich jener früheren Arbeiten aufgetauchten Zweifel zu beseitigen, ob für die Erzeugung lichtelektrisch wirksamen ultravioletten Lichtes Dochkohlen ebenso wie für die Produktion des sichtbaren Lichtes das Geeigneteres seien. Die hier angestellten Versuche ergaben, daß die Homogenkohlen, sowohl was die Konstanz als auch die Ausbeute des ultravioletten Lichtes betrifft, den Dochkohlen überlegen sind und daß die Teilchen des Dochtes bei letzterer jedenfalls keine besondere Rolle spielen. Unter diesen Umständen empfiehlt sich bei weiteren Untersuchungen mit dem ultravioletten Bogen-

1) W. Hallwachs, Über die Strahlung des Lichtbogens, Ann. d. Phys. 13. p. 38. 1904; Lichtelektrische Ermüdung und Photometrie, Phys. Zeitschr. 5. p. 489. 1904.

licht die Anwendung von Homogenkohlen, wozu inzwischen auch Hr. Hallwachs auf Grund der vorliegenden Arbeit übergegangen ist. — Die Konstatierung der Unabhängigkeit der studierten Beziehungen zwischen Strahlungsintensität, Stromstärke und Spannung von den Einzelheiten der hier gewählten Versuchsanordnung, vor allem von der Natur der lichtempfindlichen Platte, von der Spannung zwischen Netz und Platte der lichtelektrischen Zelle etc., verleiht diesen Beziehungen eine allgemeinere Bedeutung.

Eine Reihe von Versuchen in dem zweiten Teile der Arbeit beschäftigt sich mit der Frage nach der Natur der strahlenden Teilchen und dem Vorgang der Strahlungserregung. Für den Bogen zwischen verschiedenen Kohlen (Homogen-, Docht- und Bremerkohlen) konnte diese Frage durch vergleichende quantitative photometrische Messungen und durch Untersuchungen über die Verteilung der Strahlung auf die einzelnen Schichten des Bogens in Verbindung mit gewissen Beobachtungen des Hrn. Lenard dahin beantwortet werden, daß hier die glühenden Kohleteilchen im Bogen die Strahler sind und daß die flüchtigen Metallsalze des Dochtes bei den untersuchten Kohlen nicht wesentlich mitwirken. Die Annahme, daß die hohe Temperatur im Bogen jene Kohleteilchen zur Strahlung anregt, erklärt qualitativ alle hier gemachten Beobachtungen in befriedigender Weise. Eine entscheidende Beantwortung jener Fragen auch nach der quantitativen Seite, vor allem, ob die untersuchte Strahlung eine reine Temperaturstrahlung ist, oder ob nicht auch die elektrischen Vorgänge im Bogen primär bei der Strahlungserregung mitwirken, wird erst auf Grund weiterer spektrometrischer Messungen¹⁾ der Emission und Absorption des Bogens möglich sein. Der letzte Paragraph bringt einige orientierende Vorversuche über die Absorption der Strahlung im Bogen.

§ 1. Versuchsanordnung.

1. Fast ausschließlich kam bei den Versuchen eine Differentiallampe nach Piette-Krifik (von Schuckert) zur

¹⁾ Wegen eines unerwartet plötzlichen Stellungswechsels sah sich der Verfasser leider genötigt, die Ausführung dieser zum Teil schon vorbereiteten Versuche noch hinauszuschieben.

Verwendung, deren Sperrkegel zwecks feinerer Regulierung ausgehoben waren. Verstellbare Widerstände vor der Spannungs- und neben der Stromspule der Lampe gestatteten den Strom und die Elektrodenspannung des Bogens in weiten Grenzen zu verändern, wobei gelegentlich auch kleine an den Kohlenhaltern angebrachte Gewichte mit halfen. Die Lampe stand in einem geräumigen Holzkasten zum Schutz des Lichtbogens vor Zug, während reichliche Lüftung des Beobachtungsraumes einen vielleicht vorhandenen störenden Einfluß der Lampenprodukte verhindern sollte. Zwei nach vorn und nach der Seite entworfen vergrößerte Bilder des Bogens ließen die Zentrierung der Kohlen erkennen und die Bogenlänge messen. — Die verwandten Homogenkohlen der Firma Gebr. Siemens in Charlottenburg (Marke A) hatten eine Länge von je 235 mm. Der Durchmesser der stets oben befindlichen positiven Kohle betrug 16 mm, derjenige der negativen 11 mm.

Den Strom lieferte eine Akkumulatorenbatterie, die während eines Versuches anderweitig nicht benutzt wurde. Zwei Drehspulinstrumente gestatteten die Messung der Stromstärke und Spannung. Letztere geschah zwischen je einem Punkte der unteren und oberen Kohle mit Hilfe zweier über die Kohlen geschobenen Klemmzangen aus Stahl, die mit Platinblech umwickelt waren und die Anschlußdrähte zum Voltmeter trugen. Durch Subtraktion des vorher ermittelten Spannungsabfalls in den Kohlen berechnet sich aus der direkt gemessenen Spannung die gewünschte Spannungsdifferenz zwischen den Enden der Kohlen. Eine Teilung an einem der Kohlenhalter ermöglichte jederzeit die noch vorhandene Kohlenlänge zu bestimmen.

2. Das Maß für die Lichtstärke gab die Intensität des photoelektrischen Stromes, der, durch das einfallende Licht ausgelöst, zwischen Netz und Platte einer lichtelektrischen Zelle übergeht. Derselbe wurde dadurch gemessen, daß man die Zeit bestimmte, in welcher sich ein mit der lichtelektrisch empfindlichen Platte der Zelle verbundenes Elektroskop von konstanter Kapazität auf ein bestimmtes Potential lud. — Für diesen Teil der Anordnung waren vor allem die Forderungen maßgebend, daß die Isolationsverluste sich streng berücksichtigen ließen, Störungen durch Influenz nicht stattfanden und daß die Kapazität und damit die Empfindlichkeit der

Anordnung sich nicht änderte. Die beiden letzteren Forderungen konnten erfüllt werden durch eine feste und möglichst allseitige Einbauung der lichtelektrischen Zelle, des Elektroskopes und der Zuleitungsdrähte in Hüllen aus Weißblech, die mit der Erde in leitender Verbindung standen. Die Berücksichtigung der von der Spannung abhängigen Isolationsverluste ist bei den gewöhnlich benutzten Anordnungen, wo das Potential der empfindlichen Platte in der Zelle ein größeres Spannungsbereich durchläuft, eine sehr beschränkte. Die Verbesserung bestand hier darin, daß man das Potential der lichtempfindlichen Platte nur um einen kleinen Bruchteil der zwischen Netz und Platte der Zelle liegenden Spannung ansteigen ließ, klein genug, um mit genügender Annäherung bei der Berechnung der wegen der Isolationsverluste nötigen Korrekturen diese Spannungsänderung vernachlässigen zu können. Um indes die letztere scharf zu messen, gelangte mikroskopische Ablesung des Blattelektroskopes zur Anwendung, dessen unsichere Einstellung und geringere Empfindlichkeit in der Nähe des Nullpunktes noch dadurch umgangen wurde, daß man als Anfangspotential des Blättchens ein von Null verschiedenes wählte bei dauernder Erdung der Elektroskophülle. Durch passende Wahl dieses Anfangspotentials konnte schließlich das Elektroskop in jenem Bereiche seiner Empfindlichkeit benutzt werden, wo Proportionalität zwischen Ausschlag und Potentialänderung besteht. Zu dem Zwecke der Berücksichtigung von Empfindlichkeitsänderungen ist dieses erwünscht.

Bei den nachfolgenden Versuchen betrug das Anfangspotential des Blättchens und damit auch dasjenige der mit ihm verbundenen lichtempfindlichen Platte der Zelle $+120$ Volt gegen Erde, das Potential des Netzes in der Zelle $+200$ Volt, also die Spannungsdifferenz zwischen Netz und Platte 80 Volt. Diese Spannungen lieferte eine Batterie von 100 hintereinander geschalteten kleinen Akkumulatoren, deren negativer Pol geerdet war. Eine einfache Wippe, bestehend aus einem ungleicharmigen Hebel, dessen kürzerer Arm mit der Batterie verbunden war und für gewöhnlich mit einem vom Elektroskop kommenden Drähtchen Kontakt hatte, ermöglichte mittels einer kleinen Bewegung durch Druck auf den längeren geerdeten Arm das Elektroskopblättchen mit Zuleitung etc. zu isolieren und nach

dem Versuch wieder an die konstante Anfangsspannung von +120 Volt zu legen. Der bei Belichtung der Zelle beobachtete Ausschlag des Elektroskopes von 30 Skt. des Okularmikrometers (bei etwa 90 facher Vergrößerung des Mikroskopes) entsprach einer Potentialänderung von etwa 10 Volt, eine Empfindlichkeit, die sich bei häufig angestellten Kontrollmessungen als sehr konstant erwies.

Zwischen den einzelnen photometrischen Messungen vorgenommene Isolationsversuche ergaben den Ausschlag α des Elektroskopes bei Abschattung der lichtelektrischen Zelle in einer gewissen Zeit \mathcal{S} . Erfolgt bei dem entsprechenden Versuche mit Belichtung ein Ausschlag von n Skalenteilen in einer Zeit von t Sekunden, so beträgt die Korrektion dieser Zeit $\pm \alpha \cdot t^2 / \mathcal{S} \cdot n$ sec. Sie ist positiv, wenn die Ausschläge mit und ohne Belichtung die gleiche Richtung haben.

3. Mit Rücksicht auf die Untersuchungen des Hrn. Hallwachs über die Ermüdung der lichtelektrischen Empfindlichkeit kam hier als zu belichtende Platte eine solche aus CuO zur Verwendung. Dieselbe war vor etwa Jahresfrist nach der l. c. gegebenen Vorschrift hergestellt und hatte in der Zwischenzeit zu verschiedenen Versuchen gedient. Diese 12 cm lange und 4 cm breite Platte befand sich isoliert in einem 13 cm langen, 5 cm breiten und 3 cm tiefen Kasten aus Weißblech und konnte mit dem Elektroskop durch einen isoliert eingeführten Zuleitungsdraht verbunden werden. Nach vorn schloß den Kasten eine 1 mm dicke, ziemlich klare Scheibe aus Gips (Marienglas) ab, die durch einen starken Rahmen aus Zink und weitere gleiche Rahmen aus Bleifolie mittels Schrauben fest und dicht angepreßt wurde. Der eine dieser Rahmen trug ferner das Messingdrahtnetz unmittelbar hinter der Gipsplatte, 7 mm von der CuO-Platte entfernt. — Die Zelle stand vor der Lampe in einem Abstände von 175 cm etwas unterhalb der durch den Krater der positiven Kohle gelegten Ebene, geschützt vor einer störenden Mehrbelichtung durch seitliche Reflexionen.

§ 2. Das Einbrennen auf eine bestimmte Lichtstärke.

Der Normalversuch.

1. Um für einen Bogen mit bestimmter Stromstärke und Spannung bei mehreren unmittelbar aufeinander folgenden

Belichtungen der Zelle übereinstimmende Ladungszeiten des Elektroskopes und damit die gleiche Lichtstärke zu erhalten, war vor allem darauf zu achten, daß sich die Kohlen gut eingebrannt hatten. Erst dann lag der Bogen ruhig und wurde nicht teilweise von den Kohlen abgeblendet. Gewöhnlich brannte die Lampe $\frac{1}{2}$ Stunde lang vor dem Versuche. Die charakteristische, durchaus symmetrische Form der Kohlendenden, wie sie bereits von verschiedenen Beobachtern beschrieben ist, ließ jedesmal deutlich erkennen, wann die eigentlichen Messungen beginnen konnten. Bei der hier benutzten Lampe mußte der Bogen häufig beim Einbrennen und auch später durch Magnete in der richtigen Lage gehalten werden, da trotz der weiten Entfernung der Lampenspulen vom Bogen das Magnetfeld derselben störend wirkte. Nach Erreichung des gewünschten stationären Zustandes wurden gewöhnlich fünf Messungen hintereinander gemacht. Unter fortlaufender Ablesung der Stromstärke und Spannung durch den Verfasser bestimmte ein zweiter Beobachter mittels eines geeichten Metronoms die Zeit, in welcher das Elektroskop den festgesetzten Ausschlag zeigte, und notierte gleichzeitig die Bogenlängen. Die Schwankungen der Stromstärke und Spannung waren bei der benutzten Lampe sehr gering und erreichten nur selten ein Maximum von $\frac{1}{3}$ Amp. und $\frac{1}{3}$ Volt. Bei den Ladungszeiten unmittelbar aufeinander folgender Belichtungen mußten Schwankungen bis zu 3 Proz. zugelassen werden. Nur bei den Versuchen mit den längsten Bogen kamen größere Abweichungen vor, es wurde dann die Zahl der Einzelbeobachtungen vergrößert.

2. Unmittelbar vor und nach jedem Versuche mit einer neuen Lichtstärke kam eine Messung bei einer Normallichtstärke, also immer derselben Stromstärke und Elektroden-spannung des Lichtbogens, zur Ausführung. Diese Normalversuche sollten die einzelnen Messungen vor allem bezüglich etwaiger Inkonstanz der Kohlen sichern, sie bezweckten daneben eine ständige Kontrolle der Anordnung, und machten schließlich eine besondere Berücksichtigung der kleinen Änderungen der Elektroskopempfindlichkeit wie auch der Feldstärke zwischen Netz und Platte der Zelle überflüssig.

Die lange Reihe dieser Normalversuche läßt nun ein gutes

Urteil gewinnen über die Reproduzierbarkeit einer bestimmten Lichtstärke mittels des elektrischen Bogens. Die ersten 41 Versuche der Reihe, welche in der Zeit von etwa 3 Wochen angestellt wurden, ergaben die folgenden Ladungszeiten des Elektroskopes in Sekunden: 28,1, 26,6; 27,9; 26,5, 26,7; 27,1, 27,4; 26,2, 26,4, 26,5; 27,8, 27,9, 27,0; 26,1, 26,5, 26,3; 25,3, 26,1, 26,1; 26,3, 26,3, 27,3; 26,7, 26,5; 26,4, 27,2; 27,0, 26,9; 25,7, 26,8; 26,4; 28,4, 28,5; 25,1; 26,3, 25,6; 27,5; 25,9, 26,7; 25,5, 25,9. Die an verschiedenen Tagen und mit verschiedenen Kohlen erhaltenen Zeiten sind durch ein Semikolon getrennt. Jede dieser Zahlen ist nach der früheren Angabe das arithmetische Mittel aus fünf unmittelbar aufeinander folgenden Einzelbeobachtungen und bereits reduziert auf die mittlere Stromstärke $i_N = 19,90$ Amp. und Spannung $P_N = 53,41$ Volt. Der mittlere Fehler des Resultates der einzelnen Normalversuche berechnet sich daraus zu $\pm 2,96$ Proz. Dem Verfasser erscheint es nicht unmöglich, diese Fehlergrenze noch etwas weiter herabzudrücken vor allem durch genaue Berücksichtigung der hier vernachlässigten kleineren Änderungen der Elektroskopempfindlichkeit und der Stärke des elektrischen Feldes zwischen Netz und Platte der lichtelektrischen Zelle.

§ 3. Über die Abhängigkeit der Intensität der lichtelektrischen Strahlung von Stromstärke und Elektrodenspannung bei dem Bogen zwischen Homogenkohlen.

1. Die Lichtstärken sind umgekehrt proportional den durch sie bewirkten Ladungszeiten des Elektroskopes. Bezeichnen J_N und $\bar{\tau}_N$ Lichtstärke und Ladungszeit (bez. das Mittel der Ladungszeiten vorher und nachher) beim Normalversuch, $J_{i,P}$, $\tau_{i,P}$ die entsprechenden Größen bei der Stromstärke i und der Spannung P , so ist zu setzen:

$$J_{i,P} = J_N \cdot \frac{\bar{\tau}_N}{\tau_{i,P}}.$$

Durch einige vergleichende Messungen (§ 6) mit Homogen- und Dochtkohlen wurde festgestellt, daß J_N , in der von Hrn. Hallwachs gewählten Lichteinheit ausgedrückt, gleich 5,85 zu setzen ist. Im folgenden bedeutet J die so berechnete Licht-

stärke, P die Spannungsdifferenz zwischen den Enden der Kohlen in Volt, i die Stromstärke im Bogen in Ampère, l die Bogenlänge in Millimetern und τ die Ladungszeit in Sekunden. Die Tab. 1—3 geben zunächst die Versuchsergebnisse wieder, welche sich bei konstant gehaltener Stromstärke und Variation der Elektrodenspannung ergaben für drei verschiedene Werte der Stromstärke. Tab. 4 zeigt die Abhängigkeit von der Stromstärke bei konstanter Elektrodenspannung. An den Werten τ und J der drei ersten Tabellen sind bereits kleine Korrekturen angebracht mit Rücksicht darauf, daß die Stromstärken bei den einzelnen Versuchen geringe Abweichungen zeigten. Entsprechend sind jene Werte der Tab. 4 auf gleiche Elektrodenspannung reduziert. Diese Korrekturen ergaben sich genügend genau aus dem Verlauf der nicht korrigierten Werte.

Leider war es nicht möglich, bei den beiden größeren Stromstärken (Tab. 2 u. 3) mit der Bogenlänge so weit hinunter zu gehen, wie es zum Zweck einer genauen Extrapolation der Minimalspannung (P für $l = 0$) wünschenswert gewesen wäre. Es trat schon vorher das Zischen des Bogens ein, offenbar wegen der ungenügenden Dicke der Kohlen.

Tabelle 1.

 $i = 12,91$ Amp.

P	τ	$\bar{\tau}_N$	$J_{\text{beob.}}$	$l_{\text{beob.}}$	J/l	$J_{\text{ber.}}^{1)}$	$l_{\text{ber.}}^{2)}$
40,59	421	27,5	0,382	0,2	1,91	—	0,38
43,97	163,0	26,8	0,962	1,5	0,64	—	1,55
46,56	114,5	26,3	1,343	2,5	0,537	1,305	2,5
51,03	74,2	26,4	2,08	4,1	0,508	2,15	4,1
57,17	45,4	26,3	3,39	6,5	0,522	3,47	6,6
62,02	33,8	26,2	4,53	8,7	0,521	4,61	8,7
69,68	21,7	25,7	6,93	12,9	0,537	6,73	12,8
71,85	20,8	25,95	7,30	13,9	0,525	7,37	14,0

$$\overline{J/l} = 0,525$$

1) Vgl. p. 818.

2) Vgl. p. 821.

Tabelle 2.

$i = 19,87$ Amp.

P	τ	$\bar{\tau}_N$	$J_{\text{beob.}}$	$l_{\text{beob.}}$	J/l	$J_{\text{ber.}}$	$l_{\text{ber.}}$
43,73	74,2	27,45	2,16	2,2	0,982	2,05	2,2
46,90	49,2	27,85	3,25	3,5	0,929	3,26	3,5
50,99	32,0	26,80	4,81	5,3	0,908	4,86	5,2
53,41	—	—	5,85	6,3	0,929	5,85	6,3
56,78	21,0	26,45	7,87	7,8	0,944	7,26	7,8
62,01	15,9	26,60	9,79	10,4	0,941	9,65	10,4
68,82	12,7	27,85	12,8	14,0	0,917	13,2	14,1
75,20	9,5	26,95	16,6	18,4	0,902	17,0	18,3

$$\bar{J}/l = 0,931$$

Tabelle 3.

$i = 26,72$ Amp.

P	τ	$\bar{\tau}_N$	$J_{\text{beob.}}$	$l_{\text{beob.}}$	J/l	$J_{\text{ber.}}$	$l_{\text{ber.}}$
48,23	23,6	25,9	6,42	4,9	1,31	6,03	4,9
51,34	18,8	26,25	8,17	6,4	1,28	8,02	6,5
56,86	13,1	26,6	11,9	9,6	1,24	11,8	9,5
61,92	10,0	26,95	15,8	12,4	1,27	15,4	12,4
68,80	7,8	26,8	20,1	16,9	1,19	20,9	16,9
72,06	7,0	28,45	23,8	20,0	1,19	23,9	19,3
74,47	6,3	27,6	25,6	21,1	1,21	26,2	21,1

$$\bar{J}/l = 1,24$$

Tabelle 4.

$P = 62,0$ Volt.

i	τ	$\bar{\tau}_N$	$J_{\text{beob.}}$	$l_{\text{beob.}}$	$J_{\text{ber.}}$	$l_{\text{ber.}}$
12,93	33,7	26,2	4,55	8,7	4,85	8,7
16,38	21,7	26,3	7,09	9,8	7,08	9,7
19,89	15,9	26,6	9,79	10,4	9,72	10,6
23,41	11,9	25,7	12,64	11,8	12,69	11,6
26,76	10,0	26,95	15,8	12,4	15,9	12,5

2. Diese Tabellen gestatten bei ferneren Beobachtungen mit dem hier benutzten Lichte die quantitative Abschätzung der Intensitäten und die Reduktion auf gleiche Lichtstärke.

3. Da entsprechend der Wahl der Einheit die mitgeteilten Lichtintensitäten direkt vergleichbar sind mit den von Hrn. Hallwachs mit Dochtkohlen bestimmten, so erledigt sich auf

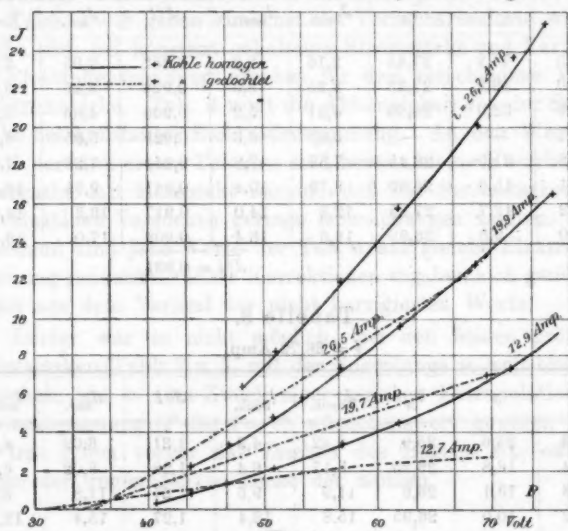


Fig. 1.

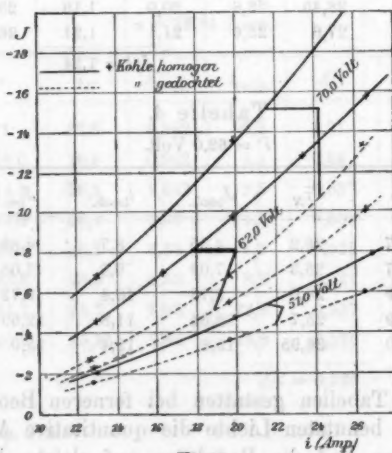


Fig. 2.

Grund der vorstehenden Tabellen die Frage nach der Ökonomie des Lichtes bei der Wahl jener beiden gebräuchlichsten Elektrodenarten. In Fig. 1 ist die Lichtintensität als Funktion der Elektrodenspannung für verschiedene Stromstärken, in Fig. 2 dieselbe Größe als Funktion der Stromstärke für verschiedene konstant gehaltene Elektrodenspannungen aufgetragen. Die ausgezogenen Kurven gelten für den hier studierten Fall zweier homogener Elektroden, die punktierten für den Fall einer positiven Docht- und negativen Homogenkohle. Danach liefert bei gleichem Energieverbrauch der Bogen mit positiver Homogenkohle bei weitem mehr ultraviolettes Licht als derjenige mit positiver Dochkohle, sofern man nur absieht von den kleinsten Bögen. Eine weitere Diskussion der beiden Versuchsreihen von mehr theoretischem Standpunkte aus findet sich in § 7.

4. Für den Bogen zwischen Homogenkohlen folgt aus den Tab. 1—3, wie auch Fig. 3 zeigt, eine einfache lineare Be-

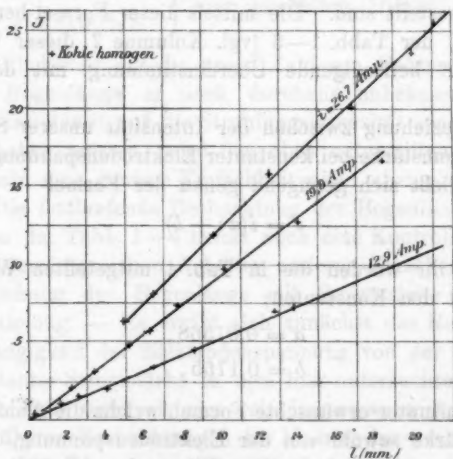


Fig. 3.

ziehung zwischen der Intensität der Strahlung und der Länge des Bogens bei derselben Stromstärke. Es ist die Strahlung der Bogenlänge proportional, oder die Strahlung der Längeneinheit des Bogens konstant. Die Abweichungen der in den

Tabellen berechneten Werte J/l von ihrem arithmetischen Mittel bewegen sich in den Grenzen der durch die Ungenauigkeit der Messungen von J und l bedingten Fehler. Wegen des hier vernachlässigten Einflusses der Kratertiefe auf die Abmessungen der Bogenlänge ist jene einfache Beziehung für sehr kleine Bogenlängen nicht zu erwarten und findet auch nicht statt (p. 820).

5. Durch Einführung der unten studierten Beziehungen zwischen Bogenlänge, Stromstärke und Elektrodenspannung in die Formel:

$$(I) \quad J = l \cdot c$$

erhält man gelegentlich angenehme Interpolationsformeln für die Lichtintensität in ihrer Abhängigkeit von jenen Größen. So ist für den Fall konstanter Stromstärke (Fig. 1) zu setzen:

$$(II) \quad J = \alpha(P - P_0) + \beta(P - P_0)^3,$$

wo α , β und P_0 Konstanten bedeuten, deren Werte in Tab. 5 zusammengestellt sind. Die mittels dieser Formel berechneten Werte $J_{\text{ber.}}$ der Tabb. 1—3 (vgl. Kolumne 7 dieser Tabellen) zeigen eine befriedigende Übereinstimmung mit den beobachteten.

Die Beziehung zwischen der Intensität unserer Strahlung und der Stromstärke bei konstanter Elektrodenspannung (Tab. 4, Fig. 2) schließt sich genügend genau der Formel

$$(III) \quad J = i(ai + b)$$

an. Nach ihr wurden die in Tab. 4 mitgeteilten Werte berechnet mit den Konstanten:

$$a = 0,01568,$$

$$b = 0,1755.$$

Eine mitunter erwünschte Formel, welche die Abhängigkeit der Lichtstärke sowohl von der Elektrodenspannung, als auch von der Stromstärke darstellt, ergibt sich schließlich aus der Feststellung, daß zwischen den Konstanten α und β der Formel (II) und der Stromstärke die Beziehungen bestehen:

$$\alpha \cdot 10^3 = (0,615 \cdot i + 6,08) \cdot i,$$

$$\beta \cdot 10^6 = 3,49 \cdot i.$$

Tabelle 5.

i	$c = J/l$	$\alpha \cdot 10^3$	$\beta \cdot 10^3$	$\frac{1}{i} \left(\frac{\alpha \cdot 10^3}{i} - 6,08 \right)$	$\frac{\beta \cdot 10^3}{i}$	P_0
12,91	0,525	181	45,8	0,614	3,55	39,5
19,87	0,931	365	68,2	0,618	3,43	38,1
26,72	1,24	600	93,4	0,613	3,49	38,3
Mittel:				0,615	3,49	

Unter Beibehaltung der Minimalspannungen P_0 als Größen allgemeinerer Art, deren genaue Abhängigkeit von der Stromstärke aus dem vorliegenden Beobachtungsmaterial nicht erschlossen werden konnte, wäre somit das Gesetz gefunden:

$$(IV) \quad J \cdot 10^3 = i(\alpha i + \beta)(P - P_0) + ci(P - P_0)^3,$$

in welchem die Konstanten folgende Werte besitzen:

$$\left. \begin{array}{l} a = 0,615 \\ b = 6,08 \\ c = 0,00349 \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{(für Homogenkohlen der} \\ \text{hier gewählten Dicken).} \end{array}$$

Mit Rücksicht auf die große Zahl von Faktoren, welche mit der Bogenlänge in noch durchaus unbekannter Weise variieren und damit auf die Strahlungsintensität einen direkten Einfluß haben müssen, wird den oben mitgeteilten Interpolationsformeln eine gewisse Einfachheit nicht abzusprechen sein.

6. Die fortlaufende Beobachtung der Bogenlänge bei den Versuchen der Tab. 1—4 liefert noch eine Kontrolle der vorhandenen umfangreichen Arbeiten anderer Forscher über den Zusammenhang der Bogenlänge mit Stromstärke und Elektrodenspannung. — Es ergibt sich zunächst das Resultat, daß die Abhängigkeit der Elektrodenspannung von der Bogenlänge bei konstanter Stromstärke in dem hier untersuchten größeren Intervalle nicht mehr als eine rein lineare anzusetzen ist, wie es bei früheren Beobachtungen für kleinere Intervalle gefunden wurde.¹⁾ Die Kurven der Fig. 4 geben die hier konstatierte Abhängigkeit graphisch wieder. Als Interpolationsformel läßt sich benutzen:

$$(V) \quad P = P_0 + Al - Bl^2.$$

1) Vgl. z. B. Mrs. Ayrton, „The electric arc“, Kap. 4 u. 6.

Die Werte der Konstanten P_0 , A und B finden sich in Tab. 6 zusammengestellt, wie sie sich durch einfache Berechnung aus je drei passend erscheinenden Punkten der Kurven Fig. 4 ergaben.

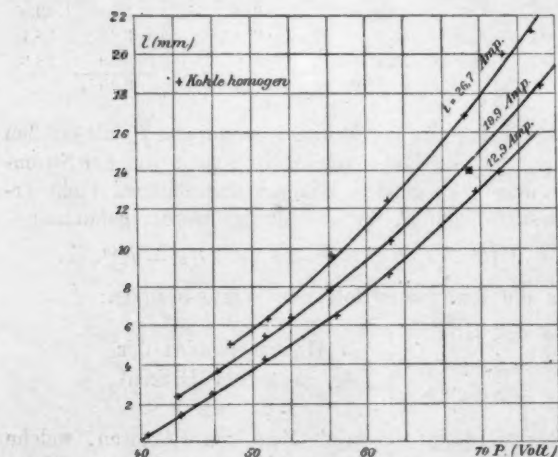


Fig. 4.

Tabelle 6.

i	P_0	A	B	a	b 0,0000
12,91	39,5	3,08	0,0551	0,344	873
19,87	38,1	2,63	0,0321	0,392	783
26,72	38,3	2,17	0,0218	0,484	753

Der eigentümliche Verlauf von P_0 erklärt sich offenbar mit der Ungenauigkeit der Berechnung, was bei der weiten Extrapolation auch kaum verwundern darf. Das deutlich zu bemerkende Umbiegen der Kurven für 13 Amp. (Fig. 4) ist wohl nur ein scheinbares und darauf zurückzuführen, daß bei der Beobachtung der Bogenlängen die Kratertiefe vernachlässigt wurde. Da letztere mit abnehmender Bogenlänge zunimmt bei konstanter Stromstärke¹⁾, so muß sich eine Ver-

1) Mrs. Ayrton, l. c. Kap. 5.

nachlässigung derselben bei den kleinsten Bogenlängen noch besonders bemerklich machen. Aus diesem Grunde wurde zur Berechnung der Konstanten (Tab. 6) keiner der drei letzten Punkte jener Kurve benutzt.

Ein für andere Zwecke erwünschter Ausdruck, der die Bogenlänge als Funktion der Elektrodenspannung darstellt, ist der folgende schon oben benutzte:

$$(VI) \quad l = a(P - P_0) + b(P - P_0)^2.$$

P_0 bedeutet wiederum die Minimalspannung des Bogens. Die Werte der weiteren Konstanten a und b sind in Tab. 6 berechnet. Nach dieser Formel ergaben sich die in den Tab. 1 bis 3 angeführten Werte l_{ber} .

Bei konstanter Elektrodenspannung erweist sich folgende Formel zur Berechnung der Bogenlängen als brauchbar:

$$(VII) \quad l - l_0 = \gamma \cdot i.$$

Tab. 4 läßt die gute Übereinstimmung der nach ihr gefundenen Werte l_{ber} mit den beobachteten erkennen. Die Werte der benutzten Konstanten sind:

$$\text{für } P = 62,0 \text{ Volt} \quad \begin{cases} l_0 = 5,2 \text{ mm} \\ \gamma = 0,273 \end{cases}$$

Die Gültigkeit der Formel bei kleinerer Elektrodenspannung für ein größeres Intervall der Stromstärke zeigt

Tabelle 7.

$P = 51,08 \text{ Volt}$

$l_0 = 0,9 \text{ mm (konstruiert).}$

P	=	51,84	51,21	50,99	50,88	51,03	51,01	51,12
i	=	26,79	23,00	19,85	15,85	12,95	9,73	6,89
l	=	6,4	5,8	5,3	4,3	4,0	2,95	2,4
$\frac{l - l_0}{i} = \gamma$	=	0,205	0,213	0,222	0,214	0,239	0,211	0,218

§ 4. Photometrische Hilfsmessungen.

1. Die ermittelten Beziehungen zwischen Strahlungsintensität, Stromstärke und Elektrodenspannung würden für die lichtelektrische Photometrie nur von sehr geringem Werte sein, wenn ihre Gültigkeit lediglich auf den Fall beschränkt wäre, daß die benutzte Versuchsanordnung, speziell das Photometer,

der hier benutzten bis in die Einzelheiten gleich ist. So erschien es vor allem wichtig zu prüfen, ob sich dieselben Gesetzmäßigkeiten ergaben für lichtempfindliche Platten aus verschiedenen Substanzen, für verschiedene Spannungsdifferenzen zwischen Netz und Platte der lichtelektrischen Zelle, weiter für den Fall, daß in den Gang der Lichtstrahlen zwischen dem Bogen und der Zelle verschieden stark absorbierende Körper gebracht wurden etc. Durch alle diese vielfachen Änderungen der Versuchsbedingungen konnte festgestellt werden, daß jene für die Zwecke der Photometrie erwünschte allgemeine Gültigkeit der gefundenen Beziehungen in weiten Grenzen besteht.

2. Mit lichtempfindlichen Platten aus verschiedenen Materialien kamen zwei Versuchsreihen zur Ausführung, die eine bei der konstanten Lichtbogen-Stromstärke 13 Amp. und den Elektrodenspannungen: 45, 55 und 81 Volt mit einer wenige Tage vorher frisch hergestellten CuO-Platte, einer gealterten polierten Stahlplatte und einer gealterten amalgamierten Zn-Platte, die andere Versuchsreihe bei der konstanten Elektrodenspannung 62 Volt und den Stromstärken 13, 20 und 27 Amp. mit einer gealterten CuO- und Stahlplatte, einem Pt-Blech und einer Zn-Platte, welche eine Stunde vor dem Versuch frisch poliert in eine mit Quarz abgeschlossene lichtelektrische Zelle gebracht war. Die erhaltenen Werte J der Strahlungsintensität stimmten bei den verschiedenen Platten durchaus überein, soweit das mit Rücksicht auf die Versuchsfehler zu verlangen ist. So ergaben sich z. B. folgende Werte:

$$P = 62 \text{ Volt.}$$

i (Amp.)	Ladungszeiten τ des Elektroskopes für:			
	Pt	Zn	CuO	Stahl
12,97	53,4	90,0	42,25	129,3
26,28	15,55	29,4	12,2	38,1
$\tau_i = 12,97 : \tau_i = 26,28$	3,43	3,36	3,46	3,40

Ein Schluß auf das Verhältnis der Empfindlichkeiten der benutzten Platten aus den obigen Ladungszeiten ist nicht möglich, da verschiedene Ausschläge des Elektroskopes bei verschiedener Kapazität beobachtet wurden.

Zweierlei kann aus diesen Versuchen gefolgert werden. Entweder wirkt nur ein einziges schmales Spektralbereich, und zwar dasselbe bei den verschiedenen Platten, bedingt durch die besondere Abhängigkeit der lichtelektrischen Empfindlichkeit jener Platten von der Wellenlänge des Lichtes und durch die Verteilung der Energie im Spektrum des Kohlenbogens. Gegen diesen Schluß scheint auch der Versuch mit frisch poliertem Zink nicht zu sprechen, da die Empfindlichkeit desselben gegen das sichtbare Licht (bei Abblendung des Bogens durch eine Glasplatte) fast zu vernachlässigen war. — Oder aber es sind verschiedene weiter auseinanderliegende Spektrallinien wirksam; dann müssen diese Linien für alle Metalle die gleichen sein, und ihre Intensitäten müssen sich mit der Stromstärke und Spannung des Bogens alle in dem gleichen Verhältnis ändern. Das Spektrum wäre also von Anfang an, schon bei den kleinsten Stromstärken und Spannungen, vollständig entwickelt; auch eine Änderung der Energieverteilung in ihm dürfte nicht stattfinden. (Der letztere Schluß trifft auch zu, falls bei den verschiedenen Metallen nur ein sehr schmales Spektralbereich wirkt, dessen Lage im Spektrum von Metall zu Metall wechselt.) Hierdurch würde die Annahme einer konstanten Temperatur im Lichtbogen nahe gelegt.

3. Zu dem gleichen Schluß führen auch die weiteren Versuche mit verschiedenen absorbierenden Schichten. Eine CuO-Platte kam bei verschiedenen Lichtstärken zur Exposition in einer der früher benutzten ähnlichen Zelle, welche während der Belichtung nacheinander mit einer Gipsplatte, oder einer Quarzplatte oder überhaupt nicht abgeschlossen war. Es ergaben sich in allen drei Fällen die gleichen Werte J der Lichtintensität trotz der sehr großen Verschiedenheit der Absorptionen. Ein Maß für die letztere gibt das bei den verschiedenen Lichtstärken konstante Verhältnis der Ladungszeiten τ des Elektroskopes:

$$\tau_{\text{Gips}} : \tau_{\text{Quarz}} : \tau_{\text{frei}} = 49 : 33 : 23.$$

Da hierbei auch die Absorption in verschiedenen Spektralbereichen verschieden groß war, so folgt aus den Versuchen der obige Schluß auf eine von Stromstärke und Spannung unabhängige Zusammensetzung des Bogenlichtes in den hier wirk-

samen Spektralbereichen. Eine zweite Erklärungsmöglichkeit wäre auch die, daß auf die CuO-Platte nur ein einziges schmales Spektralbereich wirkte.

4. Die Spannungsdifferenz zwischen Netz und Platte der lichtelektrischen Zelle betrug bei den bisherigen Versuchen 80 Volt. Dieselben Relativwerte J der Lichtintensität wie früher ergaben sich für drei verschiedene Punkte der 13. Ampèrekurve, als jene Spannungsdifferenz einmal auf 40 Volt erniedrigt und dann auf 280 Volt erhöht wurde. Es folgt daraus, daß der ausgelöste lichtelektrische Strom i' in seiner Abhängigkeit von der Intensität des wirksamen Lichtes und von der Spannung zwischen Netz und Platte der Zelle jederzeit darzustellen ist als das Produkt zweier Funktionen, von denen die eine nur von der Intensität des Lichtes, die andere nur von jener Spannungsdifferenz in der Zelle abhängt:

$$i' = f(J, V) = f_1(J) \cdot f_2(V).$$

5. Schließlich fand sich im Laufe der Versuchsreihe auch wiederholt Gelegenheit, die Unabhängigkeit der studierten Beziehungen von der Orientierung der lichtempfindlichen Platte zum Bogen zu konstatieren. Demnach muß auch hier, wie Hr. Hallwachs für den Bogen zwischen Dochkohlen nachwies, der eigentliche Lichtbogen, nicht seine Elektroden, den Sitz der wirksamen Strahlung bilden. Wegen der sehr viel kleineren Bogenlängen bei Benutzung von Homogenkohlen ist natürlich besonders darauf zu achten, daß nicht Teile des Bogens nach der lichtelektrischen Zelle hin durch die Elektroden abgeblendet werden.

§ 5. Die Lokalisation der lichtelektrischen Strahlung im Kohlenbogen.

1. Über die Verteilung der Strahlung auf die einzelnen Schichten des Bogens hat schon Hr. Hallwachs (l. c.) mit Dochkohlen einige Orientierungsversuche angestellt. Er verschob in möglichster Nähe des Bogens von der Anode zur Kathode hin eine Blende und maß die Strahlung der nicht abgeblendeten Bogenteile. Die hieraus zu berechnende Strahlung der Schicht von der Dicke 1 zeigt in der Nähe der Anode ein ausgeprägtes Maximum und nimmt dann nach der Kathode zu ständig ab.

2. Bei den sehr viel kleineren Längen der Lichtbögen zwischen Homogenkohlen waren die Abweichungen einzelner Versuche nach der obigen Methode oft recht beträchtlich. Eine schon wesentlich größere Genauigkeit zeigte die direkte Bestimmung der Strahlung einer Schicht von konstanter Dicke mittels eines vor dem Bogen verschobenen Spaltes. In ein Stück Schamotte war ein 1,8 mm breiter Einschnitt gemacht mit scharf gefeilten Rändern. Eine Vorrichtung mit Mikrometerschraube gestattete diesen horizontal stehenden Spalt 2 cm vom Bogen entfernt meßbar zu verschieben und zwar wiederum

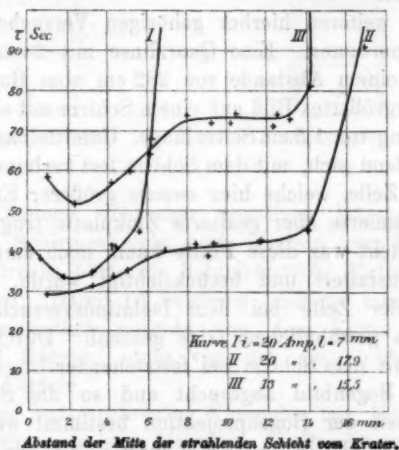


Fig. 5.

in der Längsrichtung des Bogens. Der Abstand des Bogens von der lichtelektrischen Zelle betrug ca. 2 m. Eine unmittelbar neben der Zelle stehende Linse, die bis auf einen der wirksamen Fläche der Zelle gleichen Teil abgeblendet war, entwarf von dem Bogen und dem davor stehenden Spalt ein scharfes Bild. In Fig. 5 sind nach drei solchen Messungen mit verschiedenen Bögen die direkt beobachteten Ladungszeiten des Elektroskopes als Funktion des Abstandes der Mitte der strahlenden Schicht von der Ebene des Kraters aufgetragen. Auch hier besteht bei längeren Bögen ein Maximum der Strahlung der Schicht in der Nähe der Anode, aber dieses Maximum

ist nur wenig ausgeprägt. Von der Mitte des Bogens ab bis in die nächste Nähe der Kathode strahlt jede Schicht wesentlich gleich viel. Ein Minimum in der Mitte, wo bei den beiden längeren Bögen eine Trennung der Kerne des positiven und negativen Büschels soeben beobachtet werden konnte, ließ sich also nicht nachweisen. Vielleicht lag dies an der größeren Breite der strahlenden Schichten in jenen Bogenpartien. Der Verlauf der Kurven bei dem kleinsten Bogen entspricht durchaus der Verbreiterung des hier vollkommenen homogen erscheinenden tiefblauen Bogenkernes von den Elektroden nach der Mitte zu.

3. Zu weiteren hierher gehörigen Versuchen diente die folgende Anordnung. Eine Quarzlinse mit 24 cm Brennweite entwarf in einem Abstände von 282 cm vom Bogen ein etwa 9,5 fach vergrößertes Bild auf einem Schirm mit einer quadratischen Öffnung von 1,5 cm Seitenlänge. Unmittelbar hinter dieser Öffnung befand sich, mit dem Schirm fest verbunden, die lichtelektrische Zelle, welche hier zwecks größerer Empfindlichkeit eine amalgamierte aber gealterte Zinkplatte trug. Gegen das sichtbare Licht war diese Platte kaum noch empfindlich, was dadurch konstatiert und berücksichtigt wurde, daß die Abschattung der Zelle bei dem Isolationsversuche mit einer Scheibe aus gewöhnlichem Glas geschah. Durch Verstellung der Zelle mit dem Schirm bei feststehender Linse konnte nun das ganze Bogenbild abgesucht und so die Strahlung der Flächeneinheit der Bogenprojektion bestimmt werden. Trotz der Größe des Bildes war es häufig nötig, die Bewegungen der benutzten langen Bogen durch kleine seitliche Verschiebungen der Linse zu kompensieren, damit stets die gewünschte Fläche des Bogenbildes auf die Öffnung des Schirmes fiel.

Die beiden schematischen Figg. 6 und 7 mögen dazu dienen, die Resultate zweier solcher Versuche zu erläutern. Die danebenstehenden Zahlen geben das Verhältnis der Ladungszeiten τ des Elektroskopes, wenn die Zelle nur von den durch die Enden der entsprechenden Linien markierten Stellen des Bogens Licht erhielt.

Fig. 6 zeigt das typische Bild eines längeren Bogens zwischen einer positiven Docht- und negativen Homogenkohle. Die tiefblauen Kerne der beiden Büschel sind hier scharf von-

einander getrennt durch die sie einhüllende weißlichgrüne Verbrennungszone (Aureole). Die erhaltenen Ladungszeiten lassen deutlich ein Minimum der Strahlung pro Flächeneinheit in dem Raume zwischen den Kernen der beiden Büschel erkennen. Sehr schwierig waren die Beobachtungen in der Nähe der Kathode. Sobald infolge der Bewegungen des Bogens das



Fig. 6.

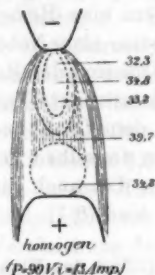


Fig. 7.

Licht des äußerst schmalen negativen Büschelkernes die Öffnung des Schirmes nicht traf, sondern nur dasjenige der seitlichen Aureole, hörte die lichtelektrische Entladung so gut wie völlig auf. Damit ist bewiesen, daß die hier untersuchte Strahlung wesentlich ausgeht von dem Kerne der beiden Büschel des Bogens, nicht von der sie einhüllenden und trennenden Aureole.

Bei dem entsprechenden Versuche mit Homogenkohlen (Fig. 7) ist hingegen jenes Minimum der Strahlung in der Mitte des Bogens nur äußerst schwach angedeutet. Da jedoch hier die Trennung der beiden Büschelkerne auch bei weitem nicht so ausgeprägt war wie früher bei positiver Docht Kohle, so wird man dennoch den oben gezogenen Schluß auch hier als gültig betrachten können. Wie die Figg. 6 und 7 deutlich zeigen, geht der charakteristischen Verschiedenheit der Strahlung entsprechender Schichten bei Docht- und Homogenkohlen die verschiedene Ausbildung der beiden Büschel in jenen Bogenteilen durchaus parallel. Das sichtbare Phänomen entspricht dem unsichtbaren ultravioletten.

4. Hr. Lenard¹⁾ fand, „daß der Kern der Flammen (posi-

1) P. Lenard, Ann. d. Phys. 11. p. 636. 1903.

tives und negatives Büschel) des nahezu metallfreien Bogens neben den sämtlichen Cyanbanden auch die Kohlebanden emittiert und daß um diesen Kern ein Mantel sich lagert, in dessen Spektrum die Cyan- und Kohlebanden gänzlich fehlen⁴. Bei Einführung flüchtiger Metallsalze, wie es z. B. durch Benutzung einer positiven Dochkohle geschehen kann, umgeben jenen Kern eine Reihe dünner Hohlflammen, welche jede Sitz der Emission einer Nebenserie ist, während nur in dem äußersten Saume Emission der Hauptserie jener Metalle stattfindet. — Die hiermit konstatierte Tatsache, daß die lichtelektrische Strahlung und die dem Cyan und der Kohle zugeschriebenen Spektrallinien von denselben Teilen des Bogens ausgesandt werden, läßt vermuten, daß auch die Emissionszentren in beiden Fällen die gleichen sind (§ 7).

§ 6. Einfluß des Elektrodenmaterials auf die Intensität der lichtelektrischen Strahlung.

1. Die Anforderungen an die Konstanz des Lichtes bei photometrischen Messungen beschränken die Auswahl des Elektrodenmaterials. Hauptsächlich kommen in Betracht neben den hier benutzten Homogenkohlen die gewöhnlichen Dochkohlen und die durch eine noch reichere Beimischung flüchtiger Metallsalze ausgezeichneten Bremerkohlen. Zwischen Metallstäben ist ein ruhiger Bogen zumal bei den hier benutzten größeren Stromstärken auf längere Zeit nicht möglich wegen des heftigen Siedens der Metalle. Es kam daher nur gelegentlich ein Versuch mit einem Zn-Stab als Anode zur Ausführung, um quantitativ festzustellen, wie sich diese stärkste ultraviolette Lichtquelle zum Kohlenbogen verhält. Auch hier wurden die einzelnen Versuche in je zwei gleiche Versuche mit Homogenkohlen eingeschlossen.

2. Mit den gewöhnlichen Dochkohlen stellte, wie schon erwähnt, Hr. Hallwachs seine Versuche an. Zunächst hatten einige vergleichende Messungen mit Docht- und Homogenkohlen den Zweck, jene Versuche mit den hier ausgeführten direkt vergleichbar zu machen. Dazu war es nach den einleitenden Bemerkungen des § 3 insbesondere nötig, den Wert der Lichtintensität bei dem hier gewählten Normalversuche in der von Hrn. Hallwachs verwendeten Einheit der Lichtstärke aus-

ausdrücken. Man bestimmte daher bei je einer der benutzten Stromstärken die Elektrodenspannungen, welche die gleiche Strahlungsintensität, also die gleiche Ladungszeit des Elektroskopes ergaben, wenn die positive Elektrode einmal gedochtet oder homogen war. Entnimmt man den Wert der Lichtintensität den von Hrn. Hallwachs mitgeteilten Tabellen¹⁾ und setzt für den Versuch mit Homogenkohlen wie früher $J = \bar{\tau}_N / \tau \cdot J_N$, so ergibt sich die Lichtintensität J_N bei dem Normalversuche in den gewünschten Einheiten, da das Verhältnis der Ladungszeiten $\bar{\tau}_N / \tau$ nach den Messungen der Tabb. 1—4 bekannt ist. Zwei in dieser Weise angestellte Versuche ergaben für J_N die Werte: 5,92 und 5,78. Das Mittel aus beiden 5,85 wurde bei der Berechnung der Lichtintensitäten in den Tabb. 1—4 benutzt und fand wiederholt gute Bestätigung durch weitere Kontrollmessungen. Eine ausführliche Vergleichung der beiden Versuchsreihen mit Docht- und Homogenkohlen, wie sie durch die obigen Hilfsmessungen ermöglicht wird, findet sich im folgenden Paragraphen.

3. Bei den Versuchen mit Bremerkohlen stand der positiven Bremerkohle (Marke Siemens, weiß) von 12 mm Durchmesser eine negative Homogenkohle von 11 mm Durchmesser gegenüber. Damit der Bogen genügend ruhig brannte, mußte die Bremerkohle die untere sein. Es scheint so, als ob bei dieser Anordnung der Dampf im Bogen fast ausschließlich der Bremerkohle entstammt. Das besonders bei horizontaler Elektrodenstellung deutlich vom positiven getrennte negative Büschel ist hier sehr ausgedehnt und schwach rosa gefärbt. Dieses Aussehen ändert sich kaum bei Vertauschung der negativen Homogenkohle mit einer zweiten Bremerkohle. Wählt man dagegen eine Homogenkohle zur positiven, eine Bremerkohle zur negativen Elektrode, so ist das negative Büschel und der Bogen überhaupt kaum größer als zwischen einer positiven gewöhnlichen Docht- und einer negativen Homogenkohle.

Eine Erklärung für diese Erscheinungen ist gegeben durch die Versuche des Hrn. Lenard²⁾, welcher in den metallfreien Kohlenbogen mittels isolierter dünner Kohlenstäbchen kleine

1) W. Hallwachs, *Physik. Zeitschr.* 5. p. 491. 1904.

2) P. Lenard, *Ann. d. Phys.* 17. p. 197. 1905.

Mengen von Alkalisalzen brachte. Wurden diese Kohlenstäbchen genügend weit in den Bogen hineingeschoben, so färbte sich der Bogen nach der Kathode hin entsprechend der Emission der eingeführten Salze, während der Teil des Bogens zwischen der Anode und dem isolierten Kohlenstäbchen ungefärbt blieb. Hr. Lenard nimmt an, daß die positive Ladung des Metaldampfes die Wanderung nach der Kathode bedingt und zwar nur in den inneren Schichten der Flammen, wo die Nebenserien emittiert werden. In welchem Grade hierbei die durch Ungleichheit der Verdampfung der beiden Elektroden hervorgerufene Strömung oder Destillation auch ungeladenen Dampfes nach der Kathode hin zu berücksichtigen ist, worauf kürzlich Hr. J. Stark¹⁾ aufmerksam machte, ist durch weitere Versuche zu prüfen.

Einige der mit Bremerkohlen vorgenommenen Messungen sind in Tab. 8 zusammengestellt. Tab. 9 gibt weitere Beobachtungen einander entsprechender Werte der Elektroden-spannung und Bogenlänge bei der Stromstärke 13 Amp., aus denen die Minimalspannung zu etwa 9 Volt extrapoliert wurde.

Tabelle 8.

Positive Bremerkohle unten, negative Homogenkohle oben.

 $i = 12,9$ Amp.

P	l mm	τ	τ_N ²⁾	J
57,8	28,2	68,2	51,8	4,45
45,7	20,6	65,5	39,7	3,54
39,9	17,5	68,5	35,1	3,00

Tabelle 9.

P	$= 31,1$	27,5	24,6	18,5	14,5
l mm	$= 12,9$	7,6	4,8	2,0	1,1

4. Brannte der Bogen schließlich zwischen einem unteren positiven Zinkstabe von 10 mm Durchmesser und einer Homogenkohle von 11 mm Durchmesser, so ergaben die Messungen

1) J. Stark, Physik. Zeitschr. 6. p. 892. 1905.

2) Die Verschiedenheit der Zeiten τ_N bei den Normalversuchen mit Homogenkohle beruht auf der Verschiedenheit der beobachteten Elektroskopauschläge.

folgende Werte, welche nach dem eingangs Gesagten wegen der Instabilität des Bogens auf eine größere Genauigkeit keinen Anspruch machen können:

Tabelle 10.

Positiver Zinkstab unten, negative Homogenkohle oben.

$i = 13$ Amp. $\tau_N = 79,6$ sec.

P	l mm	τ	J
40,5	11,4	10,6	43,9
37,0	9,6	12,7	36,9
24,5	3,2	18,0	25,8

5. Zum Vergleich der obigen Versuche mit verschiedenen Elektroden sind in Tab. 11 für konstante Stromstärke und konstanten Spannungsabfall im Bogen ($P - P_0$), in Tab. 12 für konstante Stromstärke und Elektrodenspannung die entsprechenden Daten zusammengestellt. Eine eingehendere Diskussion derselben findet sich im folgenden Abschnitt.

Tabelle 11.

$i = 13$ Amp.

Positive Elektrode	P_0	$P - P_0 = 20,5$ Volt			$P - P_0 = 36,7$ Volt		
		P	l	J	P	l	J
Homogen	39,5	60,0	7,8	3,98	76,2	16,9	8,95
Docht	33,9	54,4	10,6	1,99	70,6	24,5	2,63
Bremer	9	29,5	9,0	$\leq 1,99$	45,7	20,6	3,54
Zn	20	40,5	11,4	43,9			

Tabelle 12.

$i = 13$ Amp.

Positive Elektrode	$P = 45,7$ Volt			$P = 57,3$ Volt		
	J	l	$\frac{P - P_0}{l}$	J	l	$\frac{P - P_0}{l}$
Homogen	1,2	2,2	2,82	3,5	6,6	2,70
Docht	1,2	4,3	2,75	2,2	13,1	1,79
Bremer	3,54	20,6	1,78	4,45	28,2	1,71

§ 7. Über die Natur der lichtelektrisch wirksamen Strahlung des Kohlenbogens.

1. Die Versuche über die Lokalisation der lichtelektrisch wirksamen Strahlung des Kohlenbogens (§ 5) haben als den wesentlichen Sitz dieser Strahlung den Kern des positiven und negativen Büschels erkennen lassen. Von denselben Teilen des Bogens gehen nach den Versuchen von Lenard (l. c.) die Emissionslinien des Cyans und der Kohle aus. Beide Büschel werden von den Dampfstrahlen gebildet, welche unter dem Einfluß der hohen Temperatur aus den Elektroden hervorbrechen. Die Messungen des vorigen Paragraphen zeigen weiter den direkten Einfluß der Elektrodensubstanz auf die Intensität der Strahlung und lassen bei dem Bogen zwischen verschiedenen Kohlen eine bestimmte Abhängigkeit der Strahlung von dem Spannungsgefälle im Bogen erwarten. Speziell der Vergleich der genauer bekannten Verhältnisse bei Docht- und Homogenkohlen führt zu der Annahme, daß der im Bogen vorhandene noch unverbrannte Kohlendampf unter dem Einfluß der hohen Temperatur die lichtelektrische Strahlung aussendet. Die Intensität dieser Strahlung wird der im Bogen vorhandenen Menge Kohlendampf und einer gewissen Funktion seiner Temperatur proportional sein. Es soll jetzt gezeigt werden, wie sich alle bisher gemachten Beobachtungen zwanglos mit dieser Annahme erklären lassen. Dabei machen wir folgende zum Teil durch andere Versuche nahe gelegte weitere Annahmen und Vernachlässigungen.

2. Die Menge des Kohlendampfes im Bogen ist proportional der in der Zeiteinheit verdampfenden Kohle und einer von Fall zu Fall besonders zu diskutierenden Funktion der Bogenform. Die erstere Größe wird durch die zur Verdampfung verfügbare Energie bestimmt und kann proportional der Stromstärke und der Summe aus dem Anoden- und Kathodenfall angenommen werden. Da diese Summe in ihrer Abhängigkeit von der Bogenlänge noch wenig bekannt ist, so setzen wir für sie in erster Annäherung ihren hier ermittelten Wert P_0 für die Bogenlänge Null. — Bei gleichen Elektroden erweist sich die Temperatur des Kraters unabhängig von der

Stromstärke und Spannung des Bogens.¹⁾ Es wird dann die in der Zeiteinheit verdampfende Kohlenmenge auch proportional der Größe der Verdampfungsfläche (Krater) zu setzen sein. Eine genaue Kenntnis der Beziehungen zwischen Kraterfläche, Stromstärke, Anoden- und Kathodenfall müßte natürlich die Übereinstimmung des letzteren Ansatzes mit dem vorher gemachten allgemeineren hervortreten lassen.

Die Temperatur im Bogen wird wachsen mit der in der Volumeinheit entwickelten Wärme, also mit dem Produkt aus dem Spannungsgefälle $(P - P_0)/l$ und der Stromdichte. Die Funktion, nach welcher die Intensität der Strahlung von der Temperatur abhängt, soll nicht näher erörtert werden. Ihr Wert muß zunehmen mit wachsender Temperatur.

3. Besonders einfach sind die Verhältnisse bei dem Bogen zwischen zwei Homogenkohlen. Hier baut sich die Bogensäule lediglich aus den glühenden Kohlendämpfen auf. Eine Trennung der beiden Büschelkerne durch die Verbrennungszone der Aureole war bei den hier benutzten Bogenlängen kaum zu beobachten. Je länger der Bogen bei derselben Stromstärke sein soll, um so mehr Kohlendampf ist nötig; seine Menge ist der Bogenlänge proportional. — Die mittlere Temperatur im Bogen kann bei gleicher Stromstärke als konstant angenommen werden; denn die geringe Abnahme des Spannungsgefälles $(P - P_0)/l$ mit wachsender Bogenlänge findet eine wesentliche Kompensation durch die gleichzeitig stattfindende Einschnürung des Bogens und die so bedingte Vergrößerung der Stromdichte und Verkleinerung der die Wärme nach außen abgebenden Oberfläche des Bogens. Schon durch frühere Beobachtungen (§ 4, 2. u. 3.) wurde diese Annahme nahegelegt. Es ergibt sich hiernach das oben experimentell gefundene Gesetz von der Proportionalität der Strahlungsintensität mit der Bogenlänge bei konstanter Stromstärke. Die bei den Abblendungsversuchen (§ 5) gemachte Beobachtung, daß mit großer Annäherung alle Schichten des Bogens von gleicher Dicke dieselbe Lichtmenge aussenden, läßt darauf schließen, daß bei einem und demselben Bogen auch die Temperatur in verschiedenen Schichten und

1) Die Literatur hierüber ist in Kayzers Handbuch der Spektroskopie 1 zusammengestellt.

mit ihr die Menge des Kohlendampfes die gleiche ist. Das schwache Maximum der Strahlung in der Nähe des Kraters erklärt sich entweder mit dem hier größeren Querschnitt des Bogens und der damit größeren Kohlendampfmenge in der Schicht oder aber mit einer infolge der Strahlung vom Krater her gesteigerten Temperatur.

Wächst bei konstanter Bogenlänge die Stromstärke, so nimmt die Menge des Kohlendampfes im Bogen zu wegen der Vergrößerung der Kraterfläche. Die mittlere Temperatur im Bogen wird auch hier wesentlich konstant bleiben trotz der geringen Abnahme des Spannungsabfalles pro Längeneinheit. Tab. 13 zeigt die zu erwartende Zunahme der Strahlungsintensität.

Tabelle 13.

i Amp.	$J = f(i)$			
	$l = 6 \text{ mm}$		$l = 16 \text{ mm}$	
	+ Homogen	+ Docht	+ Homogen	+ Docht
12,8	3,1	1,5	8,4	2,3
19,8	5,6	2,9	15,1	5,3
26,6	7,6	3,8	19,3	9,1

4. Mischt man der positiven Kohle leichter flüchtige Substanzen bei, z. B. Kaliumsilikate (Wasserglas), wie sie bei den gewöhnlichen Dochkohlen Verwendung finden, so hat dies folgende Wirkungen. Die Bogenlänge nimmt zu bei gleicher Elektrodenspannung und zwar nicht nur infolge der Abnahme des Anoden- und Kathodenfalles, sondern auch infolge der Verringerung des Spannungsgefälles (des spezifischen Widerstandes) im Bogen selbst. Während also das rein elektrische Phänomen begünstigt ist, hat das Strahlungsphänomen an Stärke verloren (Tabb. 11 u. 12). Als Analogon zu dieser Erscheinung ist vielleicht die Wirkung der Bestrahlung einer Funkenstrecke mit Radium- oder Röntgenstrahlen anzusehen. Hier wird durch die Vergrößerung der Leitfähigkeit der Luft zwischen den Elektroden die Lichtwirkung des Funkens stark herabgesetzt und selbst der Übergang des Funkens in die lichtlose Entladung veranlaßt. — In dem obigen Falle ge-

nügen offenbar die flüchtigen Salze des Dochtes völlig, um die beobachtete Bogenlänge zu erzeugen, unabhängig von der Stromstärke. Wie Fig. 8 zeigt, ist ein Unterschied zwischen den Bogenlängen bei 13 und 20 Amp. für gleiche Werte der Elektrodenspannung kaum vorhanden. Der Charakter der Kurven ist derselbe wie bei Homogenkohlen (Fig. 4). Nur bei noch größeren Stromstärken scheint der Kohlendampf einen wesentlichen Anteil an der Stromleitung zu nehmen, offenbar infolge der Ausdehnung der Kraterfläche über den Querschnitt des Dochtes bei wachsender Stromstärke. Dadurch erklärt sich wohl die Abweichung der 27 Amp.-Kurve von den beiden anderen in Fig. 8.

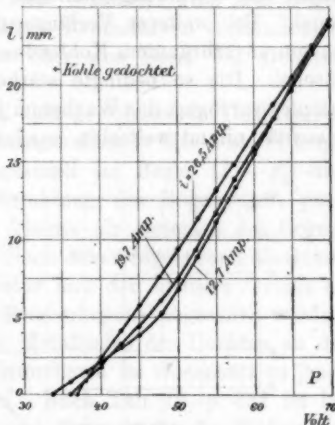


Fig. 8.

Die Intensität der lichtelektrischen Strahlung muß nach den früheren Überlegungen durch die Einführung des Dochtes bei konstanter Stromstärke und Spannung verringert werden, weil sowohl die im Bogen vorhandene Menge Kohlendampf als auch die Temperatur abnimmt. Die Menge des Kohlendampfes muß aus zwei Gründen kleiner werden. Einmal ist die zur Verdampfung verfügbare Energie kleiner, wie die Abnahme des Anoden- und Kathodenfalles zeigt, und zweitens ist die Verbrennung des Kohlendampfes zu nicht leuchtenden Gasen gegen früher wesentlich begünstigt wegen der größeren Länge des Bogens. — Für die Abnahme der mittleren Temperatur im Bogen spricht die beträchtliche Verringerung des Spannungsgefälles, deren Einfluß wohl kaum durch die gleichzeitig stattfindende Verringerung des Bogenquerschnittes, also Vergrößerung der Stromdichte aufgehoben wird.

In Fig. 9 ist nach den Versuchen des Hrn. Hallwachs (l. c.) die Strahlungsintensität als Funktion der Bogenlänge für verschiedene konstante Stromstärken aufgetragen. Nur

bei kleinen Bogenlängen wird der aus den Elektroden entwickelte Kohlendampf den Raum zwischen den Elektroden erfüllen; die Strahlungsintensität ist der Bogenlänge proportional. Bei weiterer Verlängerung des Bogens trennen sich die von unverbranntem Kohlendampf erfüllten Kerne der beiden Büschel. Die so bedingte stärkere Verbrennung des Kohlendampfes verzögert das Wachstum jener Büschel; die Strahlungsintensität nimmt weiterhin nur langsam zu. Dementsprechend

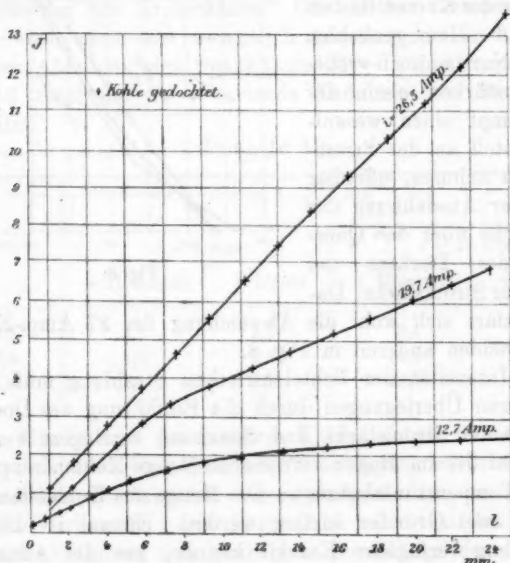


Fig. 9.

setzen unsere Kurven geradlinig an, um dann sehr stark abzubiegen. Auch hier zeigt die Kurve für die größte Stromstärke den charakteristischen Unterschied gegen die beiden anderen wie in Fig. 8. Wie dort kann als Grund für diese Erscheinung die Ausdehnung der Kraterfläche über den Querschnitt des Dochtes angesehen werden. Die Menge des Kohlendampfes im Bogen ist wesentlich vergrößert.

Eine Veränderung der Stromstärke bei konstanter Bogenlänge wird hier einen ganz ähnlichen Effekt haben wie bei

Homogenkohlen. Der Einfluß der Vergrößerung der Kraterfläche und die so bedingte Vermehrung der in der Zeiteinheit verdampfenden reinen Kohle muß besonders groß sein wegen der schon erwähnten bei größeren Stromstärken stattfindenden Ausdehnung der Kraterfläche über den Rand des Dochtes. Dies zeigt Tab. 13 (p. 834).

5. Ganz ähnlich wie bei den gewöhnlichen Dochkohlen liegen die Verhältnisse bei Bremerkohlen. Wie Tab. 11 zeigt, ist bei konstantem Spannungsabfall im Bogen ($P - P_0$) und konstanter Stromstärke die Strahlung des Bogens mit positiver Bremerkohle wesentlich kleiner als diejenige des Bogens mit positiver Homogenkohle. Nach dem Obigen kann als Grund hierfür die geringere Temperatur und der kleinere Gehalt an glühendem Kohlendampf des Bremerbogens angesehen werden.

Jedoch scheinen hier die Metallsalze des Dochtes an der lichtelektrischen Strahlung teilzunehmen im Gegensatz zu jenen der gewöhnlichen Dochkohlen. Nach Tab. 12, p. 831 ist bei gleicher Elektrodenspannung und Stromstärke die Strahlungsintensität bei Bremerkohlen größer als bei Homogen- und gewöhnlichen Dochkohlen, trotzdem hier nach den früheren Annahmen die Temperatur $f\left(\frac{P - P_0}{t} \cdot j\right)$ sowohl, als auch die Menge des Kohlendampfes im Bogen kleiner sein muß.

6. Eine quantitativ befriedigende rechnerische Verfolgung der oben gemachten Annahmen ist zurzeit nicht möglich wegen der Unkenntnis der meisten hierbei zu benutzenden Größen. So bietet vor allem die Berücksichtigung der Änderung der Bogenform große Schwierigkeiten, die Abhängigkeit des Anoden- und Kathodenfalles von der Bogenlänge ist noch wenig bekannt etc.

§ 8. Die Absorption der Strahlung im Bogen.

Zur weiteren Aufklärung des Strahlungsvorganges werden die Versuche über die Emission des Bogens mit denen über seine Absorption zu verbinden sein und zwar unter Anwendung der spektralen Zerlegung des Lichtes. Gleichsam als orientierende Vorversuche hierzu mögen die folgenden ohne Benutzung des Spektralapparates angestellten Absorptionsversuche betrachtet werden. Abgesehen davon, daß dieselben einen

Anhalt über die Größenordnung des zu erwartenden Effektes und über die zu erreichende Genauigkeit geben, dürften sie auch ein allgemeineres Interesse nicht ganz entbehren bei der wichtigen Rolle, welche die Absorption des Lichtes im Bogen selbst in der Literatur bereits gespielt hat.

Zwei Bogenlampen waren hintereinander aufgestellt, hinten die bisher benutzte Schuckertsche Differentiallampe und vorn eine Kontaktlampe nach Hefner-Alteneck. Letztere stand auf einem Support und konnte erschütterungsfrei seitlich verschoben werden. Zwischen ihr und der lichtelektrischen Zelle hielt ein größerer Schirm mit kleiner Öffnung das störende Seitenlicht ab. Es lieferte dann jede Kohle der vorderen Lampe, auch wenn diese brannte, zwei vom Krater und Kathodenfleck der hinteren Lampe erzeugte Schattenbilder auf einen weiteren hellen Schirm. Dieser Schirm, welcher die mit ihm fest verbundene lichtelektrische Zelle bis auf eine kleine Öffnung ($1,5 \times 1,5 \text{ cm}^2$) abblendete, erhielt eine solche Stellung, daß jene Öffnung gerade zwischen die Spitzen der inneren Schattenbilder zu liegen kam, frei von Beschattung der Ränder. Beim Messen der Einzelstrahlungen der beiden Lampen diente ein Schirm zur Abblendung der hinteren, der Support zum Wegschieben der vorderen. Auch hier bildete eine gealterte amalgamierte Zn-Platte den Empfänger. Während der Beobachtung des Elektroskopes wurden Stromstärke und Spannung beider Lampen abgelesen. Die folgende Tab. 14 gibt die Resultate einiger dieser Messungen. Die Bedeutung der Zeichen P , i und τ ist dieselbe wie früher. Für welche der Lampen sie gelten, zeigen die Indizes v und h an, während der Index $v+h$ sich auf das Zusammenwirken beider Lampen bezieht. Die letzte Vertikalkolumne der Tabelle enthält die Werte der absorbierten Strahlung, ausgedrückt in Prozenten der Gesamtstrahlung der hinteren Lampe, also die Größe:

$$\left(\frac{1}{\tau_v} + \frac{1}{\tau_h} - \frac{1}{\tau_{v+h}} \right) \cdot 100 \tau_h.$$

Die Messungen je zweier durch eine Klammer verbundener Horizontalreihen gehören demselben Versuche an und wurden nacheinander ausgeführt.

Tabelle 14.

Posit. Kohle der vorderen Lampe	P_v	i_v	P_h	i_h	τ_v	τ_h	$\tau_v + h$	Absorp- tion
1. Homogen {	74,02	13,17	57,65	23,94	34,1	41,0	20,5	20,1
	73,35	13,27	57,47	23,25	35,8	43,6	21,7	20,9
2. " {	74,99	13,31	56,42	17,88	46,7	90,3	34,1	28,6
	73,78	13,14	55,79	17,86	50,3	94,7	36,0	25,1
3. " {	74,16	13,34	75,42	13,05	33,25	60,8	23,7	26,2
4. Gedochtet {	63,43	13,24	56,47	19,41	110,2	94,8	57,6	21,4
	61,52	13,33	56,33	18,53	111,8	103,2	61,4	24,1

Bei den Versuchen 1, 2 und 4 stand die Zelle etwas unterhalb der Kraterebenen beider Bogen. Der Abstand der Bogen voneinander betrug 27 cm, der des vorderen Bogens von der lichtelektrischen Zelle 172 cm. Bei Versuch 3 waren beide Bogen mit der Zelle möglichst in eine Horizontalebene gebracht bei möglichster Gleichheit der beiden Bogen. Damit hier wegen der schwierigeren Einstellung die Schattenbilder noch scharfer hervortraten, mußten die Abstände etwas kleiner gewählt werden, und zwar gleich 123,5 cm zwischen dem vorderen Bogen und der Zelle, gleich 25,5 cm zwischen beiden Bogen. Der hintere Bogen brannte bei allen Versuchen zwischen Homogenkohlen. In beiden Lampen befand sich die positive Kohle oben.

Die Verhältnisse liegen hier offenbar ganz ähnlich wie bei gewöhnlichen Gasflammen.¹⁾ Zum Vergleich wurden zwei solche Flammen (Zweilochbrenner) zunächst einzeln und dann hintereinander stehend auf der Photometerbank mit einem Argandbrenner verglichen. Es zeigte sich, daß die vordere Flamme etwa 8 Proz. der Strahlung der hinteren absorbiert. Dabei betrug die Dicke der Flamme etwa 5 mm.

Unter der Voraussetzung, daß jeder weitere Bogen 20 Proz. der Strahlung der hinter ihm stehenden absorbiert, ist zu berechnen, daß in einer Reihe hintereinander stehender Lichtbogen der neunte nur noch etwa 3 Proz. der Gesamtstrahlung

1) Kayser, Handbuch der Spektroskopie 1. p. 140ff.

liefert. Die Dicke dieser neun Bogen dürfte 10 cm schwerlich erreichen. Die Strahlung der unendlich dicken Schicht ergibt sich unter der gleichen Voraussetzung als das Fünffache der Strahlung des einzelnen Bogens.

Wie der Versuch 4 in Tab. 14 zeigt, ist es für die Absorption unwesentlich, ob der absorbierende Bogen zwischen Docht oder Homogenkohlen brennt. Es folgt daraus, daß die wenig emittierende Aureole auch nur wenig absorbiert, wie es der Kirchhoffsche Satz für reine Temperaturstrahlung bei konstanter Temperatur fordert.

Dresden, Physik. Inst. d. Techn. Hochschule.

(Eingegangen 30. Januar 1906.)

**7. Resonatoren im Strahlungsfelde
eines elektrischen Oszillators. Bemerkungen zu
der Arbeit von M. Paetzold über „Strahlungsmessungen an Resonatoren im Gebiete kurzer
elektrischer Wellen“; von E. Aschkinass.**

Von Hrn. M. Paetzold sind vor einiger Zeit im Leipziger Physikalischen Institut Versuche über den Durchgang elektrischer Wellen durch Resonatorensysteme ausgeführt und in seiner Inauguraldissertation beschrieben worden, deren Resultate mit dem Inhalte anderer Veröffentlichungen über den gleichen Gegenstand im Widerspruche stehen. Nachdem ein Auszug dieser Dissertation auch in den Annalen der Physik erschienen ist¹⁾, sehe ich mich genötigt, das Wort zu ergreifen, um die Ausführungen des Verfassers wenigstens in einigen der wesentlichsten Punkte zu berichtigen.

Der Verfasser sagt auf p. 127, daß die „Versuche, welche von Garbasso²⁾ und später von Aschkinass und Schaefer³⁾ in ähnlicher Weise ausgeführt wurden, bisher unwiderlegt geblieben sind, obwohl sie mit den jetzt allgemein anerkannten theoretischen Ansichten über derartige Vorgänge keineswegs im Einklang stehen.“⁴⁾ Hier zeigt sich Hr. Paetzold bereits schlecht orientiert. Die von ihm vermißte Widerlegung dürfte kaum gelingen und in Wahrheit befinden sich weder die Versuche selbst noch die ihnen von uns gegebene Deutung im Widerspruche zu den „jetzt allgemein anerkannten theoretischen Ansichten“.

1) M. Paetzold, Ann. d. Phys. 19. p. 116. 1906.

2) A. Garbasso, Atti di Torino 28. 19. März 1893; Journ. de physique 2. p. 259. 1893.

3) E. Aschkinass u. Cl. Schaefer, Ann. d. Phys. 5. p. 490. 1901.

4) Anderen Orts heißt es allerdings von den an zweiter Stelle genannten Versuchen, daß nicht ihr Resultat, sondern nur ihre Deutung beanstandet werden solle.

Das Problem, um das es sich handelt, ist das der sog. „multiplen Resonanz“. Ein elektrischer Oszillator vermag gleichzeitig Resonatoren von verschiedener Eigenperiode zu elektrischen Schwingungen zu veranlassen, und unter Umständen schwingt dann jeder einzelne Resonator, auch wenn man ihn durch Oszillatoren verschiedener Schwingungsdauer anregt, stets in der ihm eigentümlichen Periode. Sarasin und de la Rive, denen wir die Entdeckung dieser Erscheinung verdanken, nahmen zu ihrer Erklärung an, daß der Hertzsche Erreger ein Kontinuum von Wellen verschiedener Länge aussende. Poincaré und Bjerknes widersprachen dieser Auffassung und zeigten, daß die multiple Resonanz eine Folge der relativ starken Dämpfung im Primärleiter sei; nach ihrer Ansicht sendet der Oszillator also nur stark gedämpfte Schwingungen einer einzigen Periode aus. Hr. Garbasso¹⁾ war es nun, der wohl zuerst darauf hinwies, daß diese beiden Auffassungen im Grunde miteinander identisch wären, da man eine stark gedämpfte Schwingung stets als ein Fouriersches Integral darstellen kann, d. h. als eine Superposition von ungedämpften Schwingungen unendlich verschiedener Schwingungsdauer.

In der Tat handelt es sich hier um eine mathematische Identität und daher ist auch meiner Meinung nach der eine Standpunkt an sich gerade so berechtigt wie der andere. Indem ich aber insoweit die Ansicht von Sarasin und de la Rive akzeptiere, behaupte ich selbstverständlich damit keineswegs, daß in einem Hertzschen Erreger eine Mehrzahl diskreter Schwingungszentra enthalten sei, wie es z. B. in einem glühenden Körper der Fall ist. Der Oszillator schwingt zweifellos als Ganzes; die Form seiner Schwingung ist aber eine solche, wie sie auch sein würde, wenn er *gleichzeitig* verschiedene Schwingungen ausführte. Gewiß ist es nur eine Fiktion, von der gleichzeitigen Existenz unendlich vieler verschiedener Oszillationen bei einem und demselben schwingungsfähigen Gebilde zu reden, aber eine Fiktion, die in der Physik durchaus gebräuchlich ist. Wenn wir nun die Strahlung eines Hertzschen Erregers mit Hilfe eines Resonators untersuchen, so brauchen

1) A. Garbasso, Atti di Torino 28. 3. Juli 1893; s. a. A. Garbasso u. E. Aschkinass, Wied. Ann. 53. p. 534. 1894.

wir uns überdies um die wahren Vorgänge im Oszillator selbst gar nicht zu kümmern. Denn maßgebend für das Verhalten des Resonators sind lediglich die Störungen an der Stelle des Raumes, an welcher er sich befindet. Und diese Störungen haben wiederum die Form einer gedämpften Schwingung, also würden unter Umständen auch die gleichen Störungen eintreten, wenn dieselbe Stelle des Raumes gleichzeitig von einem Kontinuum von Schwingungen verschiedener Periode getroffen würde. Wir können demnach entweder sagen, der Resonator wird von einer stark gedämpften Welle oder, mit demselben Rechte, er wird von unendlich vielen ungedämpften Wellen erregt. Es können lediglich Zweckmäßigkeitsgründe für die Wahl des Ausdruckes in Frage kommen.

Ähnlich liegen die Verhältnisse ja auch auf optischem Gebiete, wenn wir sagen, weißes Licht sei ein Konglomerat von Strahlen aller möglichen Wellenlängen. Denn wenn wir einen Punkt im Raume betrachten, der von einem Strahle solchen „weißen Lichtes“ getroffen wird, so kann die Störungsfunktion daselbst doch nicht gleichzeitig alle möglichen Perioden besitzen; sie hat vielmehr eine bestimmte komplizierte Form, die wir uns aus Zweckmäßigkeitsgründen als durch Superposition von unendlich vielen einfachen Schwingungen zustandekommend vorzustellen pflegen.

Durch diese Betrachtungen sind freilich die Fragen, die das Verhalten eines Resonators im Felde eines elektrischen Oszillators betreffen, noch keineswegs erschöpft. Denn es kommt auch noch auf die spezifischen Eigenschaften des Resonators an. Dieser führt gleichfalls gedämpfte Schwingungen aus, und es lassen sich drei verschiedene Fälle unterscheiden:

1. Die Dämpfung des Resonators ist klein gegen die des Oszillators.
2. Die Dämpfung des Resonators ist von derselben Größenordnung wie die des Oszillators.
3. Die Dämpfung des Resonators ist groß gegen die des Oszillators.

Nur im ersten Falle erhält man die Erscheinungen der multiplen Resonanz, d. h. der Resonator schwingt stets, auch wenn er von verschiedenen Oszillatoren erregt wird, in seiner Eigenperiode. Im zweiten Falle hängt die Frequenz

seiner Schwingungen sowohl von seiner Eigenperiode, wie von derjenigen des Oszillators ab, und im dritten Falle schwingt er stets in der Periode des Oszillators.

Alle diese Fälle sind wiederholt experimentell verifiziert worden. Es sei hier insbesondere auf die Arbeit von N. Strindberg verwiesen.¹⁾

Nur wenn der erste Fall vorliegt, wird es unter Umständen vorteilhaft sein, die Emission des Erregers als ein kontinuierliches Spektrum aufzufassen, aus dem sich der Resonator seine eigene Wellenlänge „heraussucht“. Zu einer *vollständigen* Beschreibung des Vorganges wäre es dann allerdings noch erforderlich, die Verteilung der Amplituden auf die einzelnen Wellenlängen anzugeben. Aber auch ohnedies wird es sich in zahlreichen Fällen empfehlen — ohne daß man befürchten müßte, zu Widersprüchen mit der Erfahrung zu gelangen — jene Vorstellung eines kontinuierlichen Spektrums beizubehalten.

Dies sollte in der von Garbasso und mir veröffentlichten Arbeit „Über Brechung und Dispersion der Strahlen elektrischer Kraft“²⁾ an einem Beispiele erhärtet werden. Es gelang uns damals, durch prismatische Brechung eine räumliche Trennung der in der Gesamtstrahlung eines Hertzschen Erregers enthaltenen Einzelwellen vorzunehmen.³⁾ Hier scheint mir nun zur Erklärung der beobachteten Erscheinungen die Zugrundelegung der Sarasin-de la Riveschen Auffassung zweckmäßiger zu sein als die der Poincaré-Bjerknesschen Anschauungsweise. Selbstverständlich muß es aber auch nach der Theorie der Letztgenannten gelingen, unsere Versuchsergebnisse zu deuten. Das ist jedoch bisher noch nicht in exakter Weise geschehen und dürfte meiner Meinung nach weniger einfach sein. In unserer Arbeit haben wir aber selbst ausdrücklich betont, daß jene „scheinbar so verschiedenen Auffassungen streng genommen völlig identisch“ sind.

Die hier entwickelte Anschauung wird, soweit ich die Literatur kenne, heute von allen maßgebenden Autoren ge-

1) N. Strindberg, *Compt. rend.* 122. p. 1403. 1896.

2) A. Garbasso u. E. Aschkinass, *Wied. Ann.* 53. p. 534. 1894.

3) Vgl. auch L. Zehnder (*Wied. Ann.* 53. p. 162. 1894), der durch Beugung an Gittern gleichfalls eine räumliche Trennung der Komponenten erhielt.

teilt, und es beruht lediglich auf einer Unkenntnis der Sachlage, wenn Hr. Paetzold meint, daß „diese Ansichten heute nicht mehr allzu viele Anhänger haben dürften“. Zum Belege dessen verweise ich beispielshalber auf die einschlägigen Werke von Poincaré¹⁾, Drude²⁾ und v. Geitler³⁾ und erwähne, daß, wie aus Briefen und mündlichen Äußerungen hervorgeht, auch Hertz zuletzt im wesentlichen derselben Auffassung gewesen zu sein scheint.⁴⁾

Auch die Erscheinungen der selektiven Absorption⁵⁾ und Reflexion an Resonatoren gittern, wie sie von Garbasso⁶⁾, Schaefer und mir⁷⁾ beobachtet wurden, lassen sich meiner Meinung nach am einfachsten im Rahmen der Sarasin-de la Riveschen Theorie behandeln, indem man sich also vorstellt, daß der Erreger ein Kontinuum von Wellen ausstrahlt und der Meßresonator sowie die Gitterresonatoren nur auf je eine einzige Wellenlänge ansprechen. Offenbar ist diese Auffassung aber auch hier nur zulässig, falls tatsächlich die Dämpfung der Resonatoren verschwindend klein gegen die des Oszillators ist. Wenn die Versuche des Hrn. Paetzold also einen Widerspruch zu jener Auffassung ergeben, so würde unter der Voraussetzung, daß seine Messungen nicht von Störungen und Fehlern beeinträchtigt gewesen sind, für mich *daraus nur folgen, daß jene extremen Dämpfungsbedingungen bei seiner Anordnung nicht erfüllt waren.*

Ich werde indessen zeigen, daß die Paetzoldschen Versuche in vielen Beziehungen durchaus nicht einwandfrei sind. Darin unterscheiden sie sich z. B. von den Untersuchungen des Hrn. Garbasso aus dem Jahre 1893, von denen Hr. Paetzold

1) H. Poincaré, Les oscillations électriques, p. 111 u. 315. Paris 1894.

2) P. Drude, Physik des Äthers, p. 430. Stuttgart 1894.

3) J. v. Geitler, Elektromagnetische Schwingungen und Wellen (Die Wissenschaft, Heft 6), p. 129—130. Braunschweig 1905.

4) Vgl. A. Garbasso, Atti di Torino 30. 16. Dez. 1904. Anm. 2 auf p. 3.

5) Der Ausdruck „Absorption“ ist hierbei nicht ganz wörtlich zu nehmen. Die Beobachtungen lehren, daß vorzugsweise eine Wellenlänge nicht hindurchgelassen wird. Ihre Energie gelangt indessen zum größten Teile nicht zur Absorption, sondern sie wird reflektiert.

6) l. c.

7) l. c.

bemerkt, daß sie „heute kaum noch großes Vertrauen finden dürften“, eine durchaus ungerechtfertigte Behauptung, die entschieden zurückgewiesen werden muß, wenn ihre Schärfe auch durch den Hinweis auf die „damals naturgemäß noch unvollkommenen Hilfsmittel“ zu mildern gesucht wird. Was die von Garbasso benutzten Hilfsmittel betrifft, so waren es dieselben, deren sich Hertz bei seinen klassischen Untersuchungen bedient hatte, und die besten modernen Hilfsmittel führen nicht weiter, wenn man keinen richtigen Gebrauch von ihnen zu machen weiß.

Zuerst stieß Hr. Paetzold auf einen Widerspruch zu den von Schaefer und mir mitgeteilten Beobachtungen, als er den Durchgang elektrischer Wellen durch räumlich, d. h. in drei Dimensionen, angeordnete Resonatorenssysteme untersuchte. Jeder einzelne lineare Resonator des Systems war 18 cm lang. Es wurde für eine Reihe von Empfangsresonatoren verschiedener Länge die Durchlässigkeit des Systems bestimmt und dabei zeigte sich, daß keineswegs für einen Meßresonator von 18 cm Länge ein Absorptionsmaximum auftrat. Nun war aber der gegenseitige Abstand je zweier benachbarter Resonatoren des Systems viel zu klein gewählt worden. Er betrug 1 oder 2 cm, d. h. nur $\frac{1}{18}$ oder höchstens $\frac{1}{9}$ der Resonatorenlänge. Unter diesen Umständen mußte man von vornherein erwarten, daß eine gegenseitige Beeinflussung der einzelnen Elemente stattfinden würde, so daß eine Änderung ihrer Eigenperiode und Dämpfung nicht verwunderlich erscheint. Daß die Dichtigkeit der Resonatoren tatsächlich ihre Eigenperiode in komplizierter Weise beeinflusst, ist auch durch besondere Versuche kürzlich von Hrn. Schaefer¹⁾ nachgewiesen worden.

Mein Hauptbedenken gegen diese und andere Beobachtungsreihen des Hrn. Paetzold richtet sich indessen auf einen anderen Punkt. Der Verfasser arbeitet zumeist mit divergenten Strahlenbündeln; es werden weder Hohlspiegel noch Linsen benutzt. Es braucht kaum betont zu werden, daß ein solches Verfahren auch bei analogen Messungen auf optischem Gebiete durchaus unstatthaft wäre. In einigen späteren Versuchen wird zwar eine mit Petroleum gefüllte Flasche vor den Erreger gesetzt,

1) Cl. Schaefer, Ann. d. Phys. 16. p. 106. 1905.

doch fehlt auch in diesem Falle die Angabe, daß die Strahlen parallel aus dieser Linse austraten. In den Versuchen an räumlichen Resonatoren systemen handelte es sich jedenfalls um ein total divergentes Bündel, und dieser Umstand bildet naturgemäß eine außerordentlich schwer ins Gewicht fallende Fehlerquelle, die gerade beim Durchgang der Strahlen durch Resonatoren systeme in besonders hohem Maße zur Geltung kommen mußte. Ein räumlich angeordnetes System von Resonatoren stellt nämlich ein stark brechendes und dispergierendes Medium dar für alle Wellen, deren Perioden sich von der Eigenperiode seiner Elemente nicht allzu sehr unterscheiden.¹⁾ In der Nähe der Konsonanz ist die Dispersion sogar anomal. Um solche Wellen handelt es sich aber gerade in dem vorliegenden Falle. Im Strahlengange befindet sich eine planparallele Schicht jenes stark brechenden Mediums, — ich setze den günstigsten Fall und will nicht annehmen, daß in den Paetzoldschen Versuchen das System noch obendrein prismatische Gestalt besaß. Alle schief auffallenden Strahlen müssen in dieser Schicht eine Parallelverschiebung erleiden, wie sie unter den gleichen Bedingungen seinerzeit schon von Garbasso und mir (l. c. p. 540) ausdrücklich festgestellt wurde. Da das ankommende Bündel aber divergent ist, werden die Strahlen unter den gegebenen Verhältnissen dadurch von beiden Seiten her nach der Mitte hin zusammengedrängt, und so muß in dem Falle, daß der Intensitätsverlust durch Absorption und Reflexion nicht zu groß ist, die auf den Empfangsapparat fallende Energie durch Einschaltung des Resonatoren systems vermehrt werden. Eine solche Verstärkung der ankommenden Strahlungsenergie hat Hr. Paetzold, wie er angibt, tatsächlich in vielen Fällen beobachtet, und er war augenscheinlich außerordentlich überrascht, als die Erscheinung eintrat. Die richtige Erklärung hat er aber nicht gefunden und die von ihm vorgeschlagene Deutung ist, wie wir noch sehen werden, durchaus irrig.

Wie groß der Effekt jener Parallelverschiebungen sein wird, hängt offenbar u. a. von den Entfernungen zwischen dem Erreger, dem Resonatoren system und dem Empfänger,

1) A. Garbasso u. E. Aschkinass, l. c.

sowie von der Dicke der durchstrahlten Schicht ab. Ferner aber ist die Größe der Verschiebung verschieden groß für die einzelnen Empfangsresonatoren. Denn der Brechungsindex des Mediums variiert sehr stark — und zwar in komplizierter Weise, da wir uns in einem Gebiete anomaler Dispersion befinden — mit der Wellenlänge. Man erhält demnach an allen Stellen des untersuchten Spektralgebietes, und zumal in der interessanten Region, eine Zusatzenergie, deren Betrag nicht konstant ist, sondern für die einzelnen Empfänger eine verschiedene Größe besitzt. Dieser Effekt lagert sich nun über die selektive Absorption, und so kann es nicht überraschen, wenn das Absorptionsmaximum unter diesen Umständen eine merkliche Verschiebung erleidet.

Weitere Versuche hat Hr. Paetzold mit Resonatorsystemen, die lediglich in einer Ebene angeordnet waren, ausgeführt. Auch in diesem Falle kann sehr wohl eine merkliche Brechung der Strahlen erfolgen, da sich die Wirkungssphäre eines schwingenden Resonators ja nicht auf seine Ebene beschränkt. Zunächst wurden wieder weder Linsen noch Hohlspiegel benutzt. Die Divergenz der Strahlenbündel mußte also wiederum Störungen zur Folge haben, und ich kann es mir nach dem früher Gesagten erlassen, auf weitere Einzelheiten einzugehen. Schließlich entschloß sich der Verfasser, seine Versuchsanordnung „der von Aschkinass und Schaefer nach Möglichkeit“ anzupassen. Jetzt erhielt er auch in der Tat die richtige Lage des Absorptionsmaximums. Die Parallelität der Strahlen scheint indessen auch hier nur mangelhaft gewesen zu sein — etwaige andere Fehlerquellen entziehen sich meiner Kenntnis —, da die Gestalt der Absorptionskurve von der von uns beobachteten noch erheblich abweicht; insbesondere sind die von uns gemessenen Absorptionswerte an den in erster Linie in Frage kommenden Punkten ihrem Betrage nach wesentlich größer. Die folgenden Beobachtungsreihen, in denen einerseits die Periode des Erregers, andererseits die des Empfängers variiert wurde, stehen wiederum nicht im Einklange mit meinen Erfahrungen noch mit denen anderer Beobachter. Nachdem jedoch im vorhergehenden bereits die wesentlichen Punkte erörtert worden sind, erübrigt es sich, auf alle Einzelheiten noch näher einzugehen.

Verweilen will ich nur noch bei der letzten Gruppe von Versuchen, auf Grund deren Hr. Paetzold seine und unsere Beobachtungen erklären zu können behauptet. Meines Erachtens gibt er zwar durchaus keine Erklärung — da, wo wo man eine solche erwartet, ist die Arbeit zu Ende — und begnügt sich auch zuerst mit der bloßen Versicherung, daß sich die Beobachtungen nun „im ganzen wohl verstehen lassen“, zum Schluß aber heißt es kategorisch, daß sie „nicht als Absorptionsmessungen aufzufassen sind, sondern daß ihre Resultate durch das Zusammenwirken der Erregerstrahlung und der von den Gitterresonatoren ausgehenden Schwingung entstanden sind“. Wie kommt es denn aber, frage ich, daß die Lage der Absorptionsmaxima in meinen gemeinsam mit Schaefer ausgeführten Versuchen in so einfach gesetzmäßiger Weise von der Dielektrizitätskonstante des umgebenden Mediums abhng?¹⁾ Ich möchte es nicht für völlig ausgeschlossen halten, daß man die Schirmwirkung und das Reflexionsvermögen von Resonatorensystemen nicht vielleicht auch auf eine von diesen ausgehende Emission ganz oder teilweise zurückführen könnte. Das ist jedoch bisher noch in keiner Weise geschehen und die Paetzoldschen Versuche liefern auch hierfür durchaus keinen Beitrag. Denn alle die Erscheinungen, die von ihm als Wirkungen eines solchen sekundären Effektes angesprochen werden, lassen sich im Rahmen der üblichen Anschauungsweise sehr einfach erklären. Teilweise sind aber die Schlüsse des Verfassers auch direkt irrig.

Es wird u. a. folgender Versuch beschrieben: Der Meßresonator wird unter einem Winkel von 90° gegen den Oszillator geneigt aufgestellt. Er kann unter diesen Umständen offenbar nicht ansprechen und er zeigte in der Tat keine Strahlung an. Nun wurde ein Resonatorenitter unter 45° Neigung in den Strahlengang gebracht und alsbald zeigte sich am Empfänger eine lebhaft wirkung. Nach der Ansicht des Verfassers kann dieser Effekt lediglich von einer *Emission* des Gitters herrühren, denn der erste Versuch hatte ja „bewiesen“, daß „der Meßresonator der Einwirkung des Erregers gänzlich entzogen“

1) E. Aschkinass u. Cl. Schaefer, Ann. d. Phys. 5. p. 490. 1901. Es war gerade der Zweck dieser Arbeit, jene Abhängigkeit von der Dielektrizitätskonstante im Anschluß an die Theorie zu prüfen.

war! — Ich erinnere an den berühmten Hertzschen Gitterversuch: Befinden sich Erreger und Empfänger in „gekreuzter“ Stellung zueinander, so daß der Sekundärleiter nicht reagiert, dann zeigt er sofort wieder eine Wellenwirkung an, wenn man ein Hertzsches Drahtgitter unter 45° in den Strahlengang einführt — das bekannte Analogon zur Aufhellung des Gesichtsfeldes zweier gekreuzter Nicols durch eine eingeschobene Turmalinplatte. Oder soll dieser Versuch gleichfalls beweisen, daß von dem Gitter selbst eine Strahlung ausgeht? Und sollen wir schließen, daß eine Kristallplatte zwischen gekreuzten Nicols plötzlich zu leuchten beginnt? Eine solche Auffassung stände jedenfalls nicht „im Einklange mit den jetzt allgemein anerkannten theoretischen Ansichten“. Ein Gitter aus Resonatoren verhält sich nun bekanntermaßen für die Wellen, auf die es abgestimmt ist, genau wie ein Hertzsches Gitter; jedes Resonatorensystem ist ein anisotropes Gebilde, da es ja stets nur auf den Vektor anspricht, der parallel zur Längsrichtung seiner Elemente schwingt. Der zuletzt erwähnte und längst bekannte Versuch des Hrn. Paetzold zeigt also nichts anderes, als daß ein linearer Resonator eine ankommende Schwingung in eine ihm parallele und eine zu ihm senkrechte Komponente zerlegt; die letztere wird ungeschwächt hindurchgelassen, während von der ersteren, wie stets, ein um so geringerer Bruchteil hindurchgeht, je besser die Periode der ankommenden Welle mit der Eigenperiode des Resonators übereinstimmt.

Diese und ähnliche Messungen des Hrn. Paetzold sind übrigens sämtlich im Anschluß an gewisse ältere Versuche von K. F. Lindman¹⁾, die gleichfalls im Leipziger physikalischen Institute ausgeführt wurden, unternommen worden. Ich benutze die Gelegenheit, um auch die Lindmanschen Überlegungen, soweit sie das vorliegende Thema berühren, zu berichtigen, zumal sie bisher unwidersprochen geblieben sind. Diese Versuche unterscheiden sich von den Paetzoldschen im Grunde nur dadurch, daß ein einzelner Resonator statt eines Systems von solchen zwischen Erreger und Empfänger eingeschaltet wurde. Auch Hr. Lindman glaubt eine Sekundär-

1) K. F. Lindman, Ann. d. Phys. 7. p. 835. 1902.

strahlung dieses Resonators zu messen, wenn er ihn in geeigneter Stellung zwischen die gekreuzten Apparate einführt. Offenbar ist aber auch hier in Wahrheit der Hauptsache nach von einer Sekundärstrahlung gar keine Rede, der einzelne Resonator vollzieht vielmehr dieselbe Funktion wie ein Gitter, er zerlegt die ankommenden Schwingungen in zwei Komponenten und zur Beobachtung gelangt tatsächlich, wenigstens in erster Linie, ein Teil der Strahlung des *Erregers*.

Hr. Paetzold will nun ferner umgekehrt die vom Resonatorengitter durchgelassene Strahlung des Erregers messen, ohne gleichzeitig von der „Strahlung des Gitters“ behelligt zu werden. Zu diesem Zwecke neigt er das Gitter unter 45° gegen den Erreger und unter 90° gegen den Empfänger. Zu seiner Überraschung findet er, daß die Einfügung des Gitters in dieser Stellung die zur Beobachtung gelangende Strahlung durchaus nicht schwächt — ein offenbar ganz selbstverständliches Resultat: die einzige Schwingungskomponente, die auf den Empfänger wirken kann, muß jetzt eben ungeschwächt vom Gitter hindurchgelassen werden, da sie senkrecht auf seinen Elementen steht. Der Verfasser schließt jedoch merkwürdigerweise gerade aus diesem Versuche, daß im Gegensatze zu unseren Behauptungen ein Resonatorengitter überhaupt keine direkte Absorption, will sagen Intensitätsschwächung, auf die ankommende Strahlung ausübt. Nun aber erscheint es ihm seltsam, daß er in den früheren Versuchen dessenungeachtet oft eine schwächende Wirkung konstatieren konnte, obwohl doch, wie er sagt, zu der „fast ungeschwächten Strahlung des Erregers noch die, wie gefunden wurde, ebenfalls starke Strahlung des Gitters hinzutritt“. Augenscheinlich wird also jene Energievermehrung beim Einschalten des Gitters, die auf offenbaren Versuchsfehlern beruhte, als die im Grunde genommen regelmäßig zu erwartende Erscheinung aufgefaßt und die absorbierende Wirkung als einer neuen Erklärung bedürftig hingestellt. Nach Hrn. Paetzold kann diese „Erklärung nur in der Tatsache gesucht werden, daß zwischen der einen Resonator anregenden und der von diesem ausgehenden Schwingung eine Phasendifferenz besteht“.

Hätte der Verfasser sich auch einmal die Erscheinungen angesehen, die vor dem Resonatorengitter, d. h. zwischen ihm

und dem Erreger, vor sich gehen, so wäre er vielleicht nicht zu so seltsamen Schlüssen gekommen. Er hätte dann wohl bemerkt, daß ein solches Gitter ein sehr guter Reflektor ist, und zwar in besonders hohem Maße für die Wellen, auf die seine Elemente abgestimmt sind. Untersucht man die selektiv reflektierte Strahlung für den Fall der stärksten Resonanz quantitativ, so erhält man bei genügender Dichte der Elemente ein Reflexionsvermögen von 100 Proz. An einer mit Resonatoren bedeckten Fläche ist die Reflexion ferner eine streng geometrische. Man kann daher Parabolspiegel mit scharfen Brennnlinien aus Resonatorensystemen herstellen, wie von Zehnder¹⁾, Garbasso und mir²⁾ gezeigt wurde. Selbstverständlich wird aber stets nur die Komponente reflektiert, die der Längsrichtung der Resonatoren parallel schwingt. Wenn der Verfasser also seine Vorstellung aufrecht erhalten wollte, daß ein Resonatoren-gitter nur emittiert, so müßte er zeigen, warum es lediglich nach vorn hin und zwar nur in bestimmten Richtungen „strahlt“. Einstweilen wird es jedoch vorzuziehen sein, diese Erscheinung, so wie bisher, als Reflexion zu bezeichnen.

Charlottenburg, Physik. Institut der Techn. Hochschule.
Januar 1906.

1) L. Zehnder, Wied. Ann. 52. p. 34. 1894.

2) A. Garbasso u. E. Aschkinass, l. c.

(Eingegangen 26. Januar 1906.)

8. *Thomsoneseffekt in Eisen, Kupfer, Silber und Konstantan; von Ernst Lecher.*

(Gekürzt mitgeteilt aus den Sitzungsber. der kaiserl. Akad. d. Wissensch. in Wien. Mathem.-naturw. Kl. 114. Abt. IIa. p. 1599. 1905.)

Wenn in einem Metalle ein Temperaturgefälle vorhanden ist, so erzeugt bekanntlich ein durchgeleiteter Strom neben der Jouleschen Wärmewirkung einen Wärmeeffekt, welcher der ersten Potenz der Stromstärke proportional ist. Diese von W. Thomson (1856) entdeckte und meistens mit dem Namen „Thomsoneseffekt“ bezeichnete Wirkung war Gegenstand zahlreicher Messungen. Über die Abhängigkeit dieses Effektes von der Temperatur wird gemäß einer Annahme, die zuerst Tait gemacht hat, gewöhnlich angegeben, daß der Thomsoneseffekt direkt proportional sei der absoluten Temperatur und dem Temperaturgefälle.

Es möge daran erinnert werden, daß diese Hypothese von Tait zwar zur Formel von Avenarius führt, daß man aber theoretisch auch ebendieselbe Gleichung ohne die Voraussetzung von Tait ableiten kann, wie dies Avenarius¹⁾ selbst betont.

Ich habe die Änderungen des Thomsoneseffektes mit der Temperatur für einige Metalle untersucht. Dies ist bekanntlich schon von Battelli²⁾ geschehen, nur erstrecken sich meine Messungen über ein viel größeres Temperaturintervall. Die Messungen von Battelli ergaben nach der Eigeneinschätzung ihres Autors die Richtigkeit der Annahme von Tait für Kadmium, Antimon, Wismut, Neusilber und Blei. Derartige Versuche sind sehr schwer anzustellen und die Resultate immer etwas schwankend, und so liefern auch die Messungen von Battelli nur eine ganz rohe Annäherung an das gewünschte

1) M. Avenarius, Pogg. Ann. 151. p. 175. 1873 (vgl. daselbst weitere Literatur).

2) A. Battelli, Nuovo Cimento (3) 21. p. 228 u. 250; 22. p. 157 u. 221. 1887.

Gesetz. Für Eisen, das schon vor Battelli auch Tait¹⁾ untersuchte, und ebenso für Nickel gilt dies Gesetz auch nach Battelli²⁾ nicht.

Von sonstigen analogen Messungen seien erwähnt die von Haga³⁾, der zeigt, daß die Tait'sche Hypothese für Platin ebenfalls nicht gilt. In neuerer Zeit hat Laws⁴⁾ den Thomson-Effekt in Wismut-Zinn-Legierungen untersucht und findet auch hier nicht die von Tait vermutete Proportionalität. Ebenso wenig King⁵⁾, der diesen Effekt in Kupfer gemessen hat.

I. Versuchsanordnung.

Der Übersichtlichkeit wegen will ich nur die Hauptsachen geben; viele Einzelheiten finden sich in dem Kapitel „Fehlerquellen“.

Ein mit Wechselstrom betriebener elektrischer Ofen von Heräus (innere Lichte 4 cm, Länge 30 cm) diente für die Erhitzung. Derselbe ist schematisch in Fig. 1 mit *O* bezeichnet.

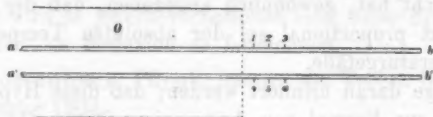


Fig. 1.

Das zu untersuchende Metall wurde in Form von Drähten verwendet, welche einen Durchmesser von etwa 4–5 mm und eine Länge von etwa 1,5 m hatten. Zwei Drähte dieses Metalles, *ab* und *a'b'*, durchsetzten gemeinsam den elektrischen Ofen und waren voneinander dadurch elektrisch isoliert, daß sie entweder sorgfältig in Asbestwolle oder in gebrannten Ton eingebettet wurden.

In den Punkten 1, 2, 3, welche eine Entfernung von je 1 cm voneinander hatten, waren am Draht *ab* und ebenso in den analogen Punkten 4, 5, 6, am Draht *a'b'* je zwei dünne Drähte (Durchmesser $\frac{1}{3}$ mm) aus Eisen und Konstantan leitend

1) T. S. Tait, Pogg. Ann. 152. p. 442. 1874 (übers. aus „Nature“ 8).

2) A. Battelli, Lincei Rendicondi (4) 3. Sem. II. p. 105. 1887.

3) H. Haga, Ann. de l'école polytechn. de Delft. 3. p. 47 u. 48. 1887.

4) S. C. Laws, Phil. Mag. (6) 7. p. 571. 1904.

5) Vgl. p. 861 dieser Abhandlung.

befestigt.¹⁾ Die Enden dieser sechs Thermoelemente führten zu Hg-Näpfchen und es konnte jedes einzelne für sich mit einem Drehspulengalvanometer verbunden werden. Hatte man dieses Galvanometer entsprechend geeicht, so konnte man leicht die Temperatur in diesen Punkten und das Temperaturgefälle bestimmen. Als Temperaturnormale diente mir ein Pt—PtRh-Thermolement, das von der physikalisch-technischen Reichsanstalt geprüft war.

Die mittleren zwei Thermolemente 2 und 5 verwendete ich überdies auch noch zur Messung des Thomsoneffektes. Dazu ist natürlich eine Umschaltung notwendig.

Es wurde ein besonderer Kommutator konstruiert, der entweder in *c* und *d* Kontakt machte, oder aber in *e* und *f* (vgl. Fig. 2). Es konnte also entweder ein Batteriestrom durch *ab db' a' c* (ich will ihn den Hauptstrom nennen) fließen, oder

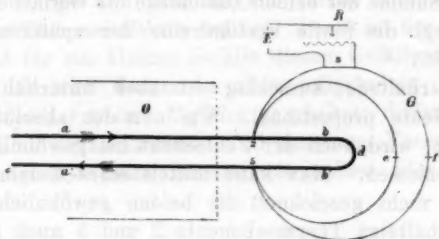


Fig. 2.

aber ein Thermostrom von 2 über *e* nach 5 und *f* durch das Galvanometer *G* nach 2 zurück. Letzteres war ein Thomsongalvanometer in der Konstruktion von Du Bois-Rubens. Das Umlegen dieses Kommutators erfolgte mittels Federkraft sehr rasch in Bruchteilen einer Sekunde und in stets gleicher Weise. Ich will diesen Kommutator im folgenden als „Federkommutator“ bezeichnen.

Es durchfließe zuerst durch 30 Sekunden der Hauptstrom (20 bis 35 Amp.) *ab* und *b' a'* in entgegengesetzter Richtung (z. B. in der Pfeilrichtung, Stromrichtung I), also in *ab* in der Richtung des Wärmegefälles, in *b' a'* aber gegen die Richtung

1) Vgl. p. 865 dieser Arbeit.

desselben. Dadurch wird in 2 und 5 der Joule- und der Thomseffekt erzeugt. Sind nun die beiden Thermoelementen 2 und 5 entgegengesetzt geschaltet mit dem Galvanometer *G* verbunden, so wird — symmetrische Anordnung vorausgesetzt — die Joulesche Wärmewirkung sich aufheben, hingegen der Thomseffekt, da die Stromrichtung in 2 und 5 in bezug auf das Wärmegefälle die entgegengesetzte ist, sich summieren. Man erhielte also, wenn der Hauptstrom durch 30 Sekunden gewirkt hat, beim Ausschalten dieses Stromes und raschen Einschalten des Thermostromes mittels des Federkommütators im Galvanometer *G* einen Ausschlag, der dem doppelten Thomseffekt proportional ist.

Nun ist aber der Joulesche Effekt in beiden Drähten nie ganz gleich; eine Umkehrung der Stromrichtung gestattet Eliminierung dieser Fehlerquelle in bekannter Weise und es ergibt die Summe der beiden Ausschläge die vierfache Thomsonwirkung (vgl. die fünfte Vertikalreihe der späteren Tabellen, z. B. p. 858).

Der erhaltene Ausschlag ist aber natürlich nur dem Thomseffekte proportional. Um nun den absoluten Betrag zu erhalten, wird auch der Jouleeffekt bei gewöhnlicher Temperatur gemessen. Man kann mittels eines Kommütators (in der Figur nicht gezeichnet) die beiden gewöhnlich gegeneinander geschalteten Thermoelemente 2 und 5 auch in gleicher Richtung hintereinander schalten. Dies geschieht natürlich, bevor mit der Erhitzung des Ofens begonnen wird, also bei Zimmertemperatur. Leitet man da zuerst 30 Sekunden den Hauptstrom durch und schaltet dann mittels des Federkommütators um, so erfolgt ein Ausschlag des Galvanometers *G* infolge der Jouleschen Wärme in 2 und 5, die sich jetzt addieren. Thomseffekt ist natürlich keiner da, weil kein Gefälle vorhanden ist. Da sich nun aber ebenderselbe Jouleeffekt auch aus den Dimensionen des Drahtes, seinem Widerstand und der Stromstärke leicht in absolutem Maße berechnen läßt, so erhalten wir einen Reduktionsfaktor unseres Galvanometers auf absolutes Maß. In dieser Weise kann man den Thomseffekt in absolutem Maß erhalten. Einer ähnlichen Methode bediente sich Haga.

Es ist ganz unmöglich, beim Erhitzen die Punkte 2 und 5

so auf die gleiche Temperatur zu bringen, daß ihre Thermokraft im empfindlichen Galvanometer sich vollständig aufhebt. Das ist ja aber die Grundbedingung des Versuches. Wenn ich, ohne den Hauptstrom gehen zu lassen, also ohne daß ein Jouleeffekt und ein Thomsonseffekt sich herausbilden können, meinen Federkommutator umschalte, muß das Galvanometer wieder auf demselben Fleck stehen wie vorher. Es wird darum an der Strecke s (etwa $\frac{1}{2} \Omega$) von einem Hilfselement E , das mittels eines Schieberrheostaten R geschlossen ist, eine ganz kleine, kompensierende Hilfspotentialdifferenz eingeschaltet. Durch Verschieben des Gleitkontaktes in R gelingt es dann immer leicht, auch bei hohen Temperaturen das Galvanometer auf den Nullpunkt zu bringen.

Diejenige Funktion, welche für eine bestimmte Temperatur die Abhängigkeit des Thomsonseffektes vom Gefälle angibt, ist sicher eine stetige und muß für ein Gefälle Null auch einen Nullwert des Thomsonseffektes ergeben. Somit ist der Thomsonseffekt gewiß für ein kleines Gefälle diesem Gefälle selbst proportional. Es wird darum in allen mitgeteilten Versuchen stets mit *möglichst kleinen Gefällen* gearbeitet; deshalb ist der aus dem Ofen herausführende Teil der zwei Versuchsdrähte auf eine möglichst weite Strecke mit Asbest oder Ton umkleidet.¹⁾

II. Thomsonseffekt in Eisen.

In nachstehender Tabelle ist die zweite und dritte Vertikalreihe das Mittel aus je vier Ablesungen, die vierte und fünfte Vertikalreihe aber das Mittel aus je 20 Ablesungen, wobei bei je zehn dieser Ablesungen die Richtung des Hauptstromes in $abb'a'$ die entgegengesetzte ist. Kolonne 5 entspricht somit für das angegebene Gefälle und die gegebene Ampèrezahl dem vierfachen Thomsonseffekt in Zentimetern der Ableseskala. Die sechste Kolonne liefert diesen Ausschlag, wie er für den einfachen Thomsonseffekt und für 1° Temperaturdifferenz und für 1 Amp. sich berechnet.

1) Eine genaue Schilderung eines Versuchsbeispiels ist in der Originalarbeit p. 1604 gegeben.

Zweif. Joule- auschlag	Temp. in ° C.	Gefälle pro Zentim.	Strom- stärke in Ampères	Thomsonseffekt		
				Galvanometer		Absoluter Wert in — 10 ⁻⁶ g-Kal.
				Aus- schlags- summe	Ausschlag reduziert	
0,04085	91	10,03	32,74	7,06	0,005388	3,22
0,04085	132	16,89	32,43	13,69	0,006250	3,73
0,04085	161	21,59	32,28	18,39	0,006555	3,92
0,04174	204	29,61	32,15	25,51	0,006700	3,92
0,04174	236	34,24	32,17	28,95	0,006565	3,84
0,04050	270	38,16	31,85	30,90	0,006355	3,83
0,04085	314	74,29	31,40	31,79	0,005352	3,19
0,04174	333	50,21	31,50	31,70	0,005010	2,93
0,04174	393	60,79	31,02	25,50	0,003387	1,98
0,04254	441	69,83	30,78	15,96	0,001854	1,06

In der ersten Vertikalreihe ist der durch die Joulesche Wärme verursachte Ausschlag gegeben, und aus diesem berechnet sich die letzte Vertikalreihe in absolutem Maße. Die Reihenfolge der Messungen, d. h. die Bestimmung der einzelnen Punkte der Kurve wurde nicht der Reihe nach, sondern mit den Temperaturen hin- und herspringend gemacht. Die Kurve selbst, nach der Methode der kleinsten Quadrate berechnet, ist in Fig. 3 gezeichnet. Es ergibt sich der Thomsonseffekt für Eisen, d. h. die Wärmemenge, die ein Strom von 1 Amp. neben der Joulewärme entwickelt, wenn er von einem Querschnitt zu einem anderen fließt, dessen Temperatur um 1° tiefer ist, mit

$$\sigma = - [1,860 + 0,02057t - 0,00005120t^2] 10^{-6} \text{ g-Kal. pro Coul.}$$

Noch wäre eine Korrektur anzubringen, weil sich die spezifische Wärme des Materiales mit der Temperatur ändert und der Ausschlag nicht der Wärme, sondern der entstehenden Temperaturdifferenz proportional ist. Diese Korrektur spielt hier keine besonders große Rolle, da die Kurve durch den Nullpunkt geht, der trotz einer Änderung der spezifischen Wärme mit der Temperatur stets an dieselbe Stelle fallen muß. Überdies sind die Angaben über die spezifische Wärme bei Eisen sehr schwankend.

Was die Größe des Effektes anlangt, so fand Battelli¹⁾ bei 53° C. als Wert des Thomsoneffektes

$$9,23 \cdot 10^{-7} \text{ g-Kal. für Coulomb.}$$

In neuerer Zeit bestimmte E. H. Hall (im Vereine mit Churchill, Campbell und Serviss)²⁾ dieselbe Größe für 51,7° mit

$$24,6 \cdot 10^{-7} \text{ g-Kal. für Coulomb.}$$

Dieser Wert ist fast dreimal größer als der von Battelli. Ob diese Bestimmung als die modernere mehr Vertrauen verdient, ist schwer zu sagen. Hall meint zwar, daß „die Methode von Battelli keiner sehr großen Genauigkeit fähig sei“;³⁾ das gilt aber, wie ich glaube, mehr weniger von allen Methoden, auch von der meinen und auch von der von Hall selbst. Die Methode von Hall ist eine sehr interessante, aber indirekte. Er sendet durch einen Eisenstab, in dem ein Temperaturgefälle erzeugt wurde, einen Strom und mißt den Unterschied jener Wärmemenge, die in den Stab eintritt und jener, die aus demselben austritt. Dabei ergibt sich aber leider eine nur schwer zu bestimmende Korrektur wegen der äußeren Wärmeleitfähigkeit, welche etwa 15 Proz. des Wertes beträgt. Jedenfalls liegt die Zahl von Hall der meinen, welche für 52°, die gleiche Temperatur,

$$27,8 \cdot 10^{-7} \text{ g-Kal. pro Coulomb}$$

beträgt, sehr nahe. Bedenkt man, wie sehr die Methoden von Hall und von mir verschieden sind, und hält man sich die großen Schwierigkeiten, die allen solchen Messungen entgegenstehen, vor Augen, so ist die Übereinstimmung eine ganz überraschende.

Daß der Thomsoneffekt in Eisen einen Umkehrpunkt besitzt, hat schon Tait⁴⁾ vermutet, und diese Vermutung bestätigen meine Messungen in einwandfreier Weise.

1) A. Battelli, *Il nuovo Cimento* (3) 22. p. 158. 1887 (Abdruck aus: „Atti dell' Acc. delle Scienze di Torino“, 22. p. 48).

2) E. H. Hall, *Contributions from the Jefferson Physical Laboratory of Harvard University*. 1904. *Proceedings of the American Academy of Arts and Sciences*. 41. Nr. 2. May 1905.

3) E. H. Hall, *l. c.* p. 36—37.

4) T. S. Tait, *Pogg. Ann.* 152. p. 442. 1874.

III. Thomsons Effekt in Kupfer.

Die Schlußresultate gibt folgende Tabelle, in der die Bedeutung der Vertikalreihen den früher gegebenen Bemerkungen entspricht.

Die diesen Werten entsprechende Kurve ist so ziemlich eine Gerade mit den Ordinaten

$$+ [3,28 + 0,00340 t] \cdot 10^{-7}.$$

Diese Gerade geht genau durch den ersten und letzten Punkt meiner Meßresultate und läßt die Mittelwerte teils höher, teils tiefer liegen.

Doppelt. Joule- ausschlag	Temp. in ° C.	Gefälle pro Zentim.	Strom- stärke in Ampères	Thomsons Effekt		
				Galvanometer		Absoluter Wert in + 10 ⁻⁷ g-Kal.
				Aus- schlags- summe	Ausschlag reduziert	
0,0117	252	21,06	33,78	2,22	0,000790	4,14
0,0125	331	27,79	33,18	3,37	0,000914	4,50
0,0117	415	37,63	33,70	4,45	0,000877	4,62
0,0119	517	46,35	33,62	6,03	0,000971	5,02
0,0125	552	51,89	33,43	7,26	0,001048	5,16
0,0125	678	64,26	33,00	9,62	0,001136	5,60

Hier bei Kupfer darf die Korrektur wegen der Änderung der spezifischen Wärme mit der Temperatur nicht vernachlässigt werden. Um daher eine Vorstellung dieser Korrektur zu bekommen, wollen wir nach Bède¹⁾ für die spezifische Wärme bei der Temperatur t die Gleichung

$$c_t = 0,0910 + 2,0,000023 t$$

benutzen.

Durch Einführung dieser Korrektur erhalten wir als Schlußresultat:

$$\sigma = + [3,01 + 0,00662 t] \cdot 10^{-7} \text{ g-Kal. pro Coulomb.}$$

Diese Linie ist in Fig. 3 eingezeichnet.

1) Formel nach Wüllners Lehrbuch der Experimentalphysik. 2. p. 581. 1896.

Von direkten Messungen über den Thomsonseffekt in Kupfer ist mir nur die von R. O. King¹⁾ aus dem „Jefferson Physical Laboratory“ bekannt, der den Thomsonseffekt aus den Widerstandsänderungen des stromdurchflossenen Drahtes bestimmte. King findet je nach der Versuchsanordnung ziemlich verschiedene Werte. Ich nehme die am Ende von p. 377 als Schlußwerte angegebenen Zahlen. Danach ist der Thomsonseffekt für 10 Amp. und

für 166° . . . 0,00000608, für 122° . . . 0,00000628.

Ich erhalte hingegen bei 10 Amp.

für 166° . . . 0,00000411, für 122° . . . 0,00000382,

also wieder in der Größenordnung eine ganz gute Übereinstimmung. Ob meine direkten Messungen mehr Vertrauen

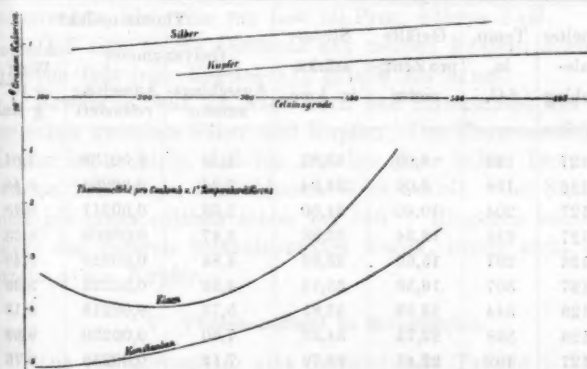


Fig. 3.

verdienen als die indirekte Methode von King, wage ich nicht zu entscheiden. King gibt verschiedene Werte an. Wenn ich z. B. seinen Thomsonseffekt für 138° nehme, wäre die Übereinstimmung eine viel bessere.

Bei meinen Messungen zeigt sich auch ein unverkennbares Steigen des Thomsonseffektes mit der Temperatur, während King

1) R. O. King, Proceedings of the American Academy (Boston) 33. p. 353. 1898.

mit einer Ausnahme ein Sinken¹⁾ findet, was ich niemals beobachten konnte. Meine Linie steigt aber etwas langsamer als es die Proportionalität mit der absoluten Temperatur verlangte. Wäre die Vermutung von Tait richtig, so entspräche dem Werte von 4,68 bei 252° als letzter Wert der Kurve bei 678° statt 7,50 die Zahl 8,46, welcher Wert um ca. 13 Proz. höher wäre. Über konstante Fehler, welche bei meinen Versuchen vielleicht mitspielen könnten, vgl. das Schlußkapitel VI über „Fehlerquellen“.

IV. Thomsons Effekt in Silber.

Die Schlußresultate gibt nachstehende Tabelle, in der die Bedeutung der Vertikalreihen den schon früher gegebenen Bemerkungen entspricht.

Doppelter Joule- ausschlag	Temp. in ° C.	Gefälle pro Zenti- meter	Strom- stärke in Amp.	Thomsonseffekt		
				Galvanometer		Absoluter Wert in $+10^{-7}$ g-Kal.
				Ausschlags- summe	Ausschlag reduziert	
0,0127	123	6,03	33,87	1,54	0,00188	7,84
0,0126	168	8,06	34,04	2,24	0,00204	8,49
0,0127	204	10,40	34,60	3,03	0,00211	8,73
0,0127	240	12,34	33,86	3,47	0,00205	8,63
0,0126	297	15,66	33,88	4,84	0,00228	9,49
0,0127	307	16,56	33,10	4,94	0,00226	9,36
0,0126	344	19,39	33,81	5,73	0,00218	9,13
0,0126	398	22,72	34,52	7,50	0,00239	9,99
0,0127	402	22,47	33,72	7,12	0,00235	9,76
0,0127	423	25,18	33,09	7,94	0,00238	9,89
0,0127	525	31,60	32,33	9,83	0,00240	9,99

Aus diesen Zahlen ergibt sich zunächst eine Gerade, deren Gleichung wäre

$$7,60 + 0,00527 t.$$

Ziehen wir hier den Einfluß der Änderung der spezifischen Wärme mit der Temperatur in Betracht, so wird die Kurve steiler.

1) l. c. p. 378.

Wir benutzen die von Pionchon¹⁾ gegebene Gleichung für die spezifische Wärme bei verschiedenen Temperaturen

$$c_t = 5,758 \cdot 10^{-5} + 88 \cdot 10^{-7} t + 180 \cdot 10^{-10} t^2,$$

und erhalten nach Einführung der diesbezüglichen Korrektur

$$\sigma = + [7,363 + 0,00887 t] \cdot 10^{-7} \text{ g-Kal. pro Coulomb.}$$

Diese Linie ist in Fig. 3 eingezeichnet.

Für Silber liegt meines Wissens nur die alte, klassische Messung von T. P. Le Roux²⁾ vor. Er findet bei 50° als Verhältnis des Thomsoneffektes von Silber und Kupfer 6 zu 2, während ich für dieselbe Temperatur 7,81 zu 3,34 erhalte.

Was die Änderung des Thomsoneffektes mit der Temperatur anlangt, so steigt meine Linie viel weniger steil an als es die Tait'sche Hypothese verlangt. Es müßte einem Werte von 8,25 bei 100°, bei 500° statt 11,80 ein Wert 17,1 entsprechen, also eine um fast 50 Proz. höhere Zahl.

Daß eine solche Differenz aus meinen Fehlerquellen sich erklären läßt (vgl. Kapitel VI), glaube ich kaum.

Erwähnen will ich auch noch den Unterschied des Meßbereiches zwischen Silber und Kupfer. Der Thomsoneffekt bei Kupfer ist so klein, daß ich erst bei einer hohen Temperatur von ca. 200° einen brauchbaren Wert erhielt. Bei Silber erhielt ich einen solchen schon bei 150°. Hingegen konnte ich aber, des tieferen Schmelzpunktes wegen, Silber nicht soweit erhitzen wie Kupfer.

V. Thomsoneffekt in Konstantan.

Die Schlußresultate gibt nachstehende Tabelle p. 864.

Die Abhängigkeit des Thomsoneffektes von der Temperatur ergibt sich dann durch die Funktion

$$\sigma = - [4,73 + 6,10 \cdot 10^{-5} t - 2,40 \cdot 10^{-5} t^2] \cdot 10^{-6} \text{ g-Kal. pro Coul.}$$

Den Einfluß einer Änderung der spezifischen Wärme mit der Temperatur konnte ich nicht in Rechnung stellen, da dieselbe, soweit ich weiß, experimentell noch nicht bestimmt ist.

1) Formel nach Wüllners Lehrbuch der Experimentalphysik 2. p. 582. 1896.

2) T. P. Le Roux, Annales de Chimie et de Physique (4) 10. p. 277. 1867.

Doppelter Joule- ausschlag	Temp. in ° C.	Gefälle pro Zenti- meter	Strom- stärke in Amp.	Thomsoneffekt		
				Galvanometer		Absoluter Wert in — 10^{-6} g-Kal.
				Ausschlags summe	Ausschlag reduziert	
0,133	87	11,21	30,07	7,78	0,00577	5,23
0,140	111	16,45	30,25	11,78	0,00591	5,08
0,136	130	19,35	29,93	13,27	0,00572	5,08
0,136	169	26,53	29,86	17,56	0,00554	4,90
0,136	225	34,36	30,28	21,86	0,00525	4,64
0,133	285	42,84	25,33	20,41	0,00471	4,72
0,136	318	46,91	30,19	25,43	0,00449	3,97
0,140	426	60,29	29,88	25,22	0,00350	3,01
0,141	481	66,84	30,13	22,74	0,00282	2,42

Doch gilt hier ähnliches wie beim Eisen. Die Korrektur für den tiefsten Punkt, der schon bei 87° C. liegt, ist sicher gering. Es wird dann mit steigender Temperatur der Thomsoneffekt kleiner und dürfte wohl bei hoher Temperatur Null und dann positiv werden.

Bei diesen Temperaturen ist die Korrektur wieder klein. Somit gibt obige Gleichung annähernd den Gang des Thomsoneffektes.

Hier liegt eine Schwierigkeit in dem hohen Widerstand des Materiales, wodurch die sehr starken Joulewirkungen schwer auf beiden Seiten ab und $a'b'$ gleichzumachen sind. Darum gilt die Kurve auch nur als erste Annäherung.

Vergleiche mit Messungen anderer Forscher sind unmöglich, da solche nicht vorliegen.

VI. Fehlerquellen.

In diesem Kapitel möchte ich jene Fehlerquellen, welche meine Versuchsergebnisse vielleicht ungenau gemacht haben, schildern.

Zunächst könnte Zweifel entstehen, ob nicht die Anwendung des Wechselstromes im Heizofen auf die thermoelektrischen Konstanten der untersuchten Materialien Einfluß gehabt haben könne. Der Heizstrom bildet ja eine Spirale und im Innern derselben befindet sich der Draht. Nun zeigen aber

Versuche von W. Thomson¹⁾ oder V. Strouhal und C. Barus²⁾, daß der Einfluß des Magnetismus auf die thermoelektrischen Eigenschaften des Eisens ein sehr geringer ist, und da ich überdies mit Wechselstrom arbeitete, glaube ich kaum, daß hier ein Fehler von Belang auftreten kann.

Hingegen entsteht entschieden eine Fehlerquelle durch die Oxydation der Oberfläche der Drähte. Diesen Einfluß suchte ich dadurch zu vermeiden, daß ich zunächst eine Erhitzung vornahm bis zur äußersten Temperaturgrenze und dann erst mit den Messungen begann. Auch dadurch, daß die Messungen sowohl bei aufsteigenden als bei absteigenden Temperaturen vorgenommen wurden, dürfte diese Fehlerquelle ziemlich eliminiert worden sein. Bei einer Wiederholung der Arbeit wird es sich aber vielleicht empfehlen, die Oberfläche der Versuchsdrähte mit einer ganz dünnen Goldschichte zu überziehen.

Eine weitere Fehlerquelle ergab sich aus der Art und Weise, wie ich die dünnen Drähte (Durchmesser 0,5 mm), welche die Thermoelementchen bildeten, an den dicken Versuchsdrähten leitend befestigte. Es war mir trotz vielfachen Probierens unmöglich, diese dünnen Drähte hart anzulöten. Dazu mußte mittels Stichflamme eine so hohe Temperatur erzeugt werden, daß immer das eine oder das andere der sechs dünnen Drähtchen abbrannte. Ich habe daher die Sache in folgender Weise gemacht.

An der Untersuchungsstelle war der Hauptdraht der Länge nach aufgeschnitten, so daß er aus zwei Halbzyllindern bestand, dann wurden die vorher zusammengelöteten Konstantan-Eisenelementchen an die richtige Stelle zwischen die zwei Halbzyllinder gelegt und die Enden der beiden Halbzyllinder mit den Drahtenden hart verlötet. Bei diesem Zusammenpassen läßt es sich nicht vermeiden, daß die Thermoelementchen beim Zusammenpressen sich etwas verschieben, so daß die Entfernung nicht mehr genau 1 cm beträgt und daß dann die Messung des Gefälles darunter leidet.

1) W. Thomson, Math. and phys. Papers. 2. p. 286. 1884. Abdruck aus „Transactions of the Royal Soc.“ Febr. 1856.

2) V. Strouhal u. C. Barus, Wied. Ann. 14. p. 54. 1881.

Ich erwähnte, daß ich bei möglichst kleinen Gefällen zu arbeiten suchte, um sicher zu sein, daß der Ausschlag dem Gefälle proportional ist. Nun wird bei den schlechteren Leitern das Gefälle ziemlich groß, z. B. bei Konstantan. Daß die Kurven aber trotzdem im großen ganzen richtig sind, konstatierte ich in der Weise, daß ich die aus dem Ofen ragenden Drähte mittels einer Bunsenflamme erhitze und dadurch das Gefälle verkleinerte. Das reduzierte Schlußresultat blieb dem Sinne nach ungeändert. Auch hier können spätere Versuche dadurch reinlicher wirken, daß man einen zweiten Ofen aufstellt, wodurch man die Regulierung des Temperaturgefälles beliebig in seiner Macht hat. Überdies könnte man durch Umkehr des Wärmegefälles Fehler, die durch eventuelle Inhomogenität des Materiales entstehen, vermeiden, wie dies schon Roux gemacht hat.¹⁾

Der schwerste Vorwurf aber, den man meinen Messungen machen kann, ergibt sich aus folgendem.

Der Thomsons Effekt wirkt durch 30 Sek. Dazu kommt noch eine kurze Zeit des Umlegens und dann erst wird die Erwärmung durch den Galvanometerausschlag gemessen. Nun unterliegt es ja gar keinem Zweifel, daß während dieser 30 Sek. Wärme vom Drahte nach außen weggeht, teils durch Leitung, teils durch Strahlung, und daß meine Methode der Beobachtung diesen Wärmeverlust gar nicht berücksichtigt. Derselbe kann nämlich bei den verschiedenen Temperaturen sehr verschieden sein. Nehmen wir z. B. Silber und Kupfer. Dieser Wärmeverlust wird hier bei tieferen Temperaturen nicht sehr ins Gewicht fallen, da ja eben derselbe Wärmeverlust bei Bestimmung des Jouleeffektes aufgetreten ist. Wenn aber die betreffenden Drahtstellen eine Temperatur von 400°, 500° haben, dann ist das Wärmegefälle in der nicht vollkommen adiabatischen Hülle nach außenhin gewiß ein größeres und der Wärmeverlust auch ein größerer. Mein Ausschlag wird daher bei dieser hohen Temperatur zu klein sein. Ich glaube nun nicht, daß diese Fehlerquelle sehr groß ist. Aber es wäre nach diesen Überlegungen immerhin möglich, daß der Verlauf der Kupfer- oder Silberlinie dadurch ein steilerer würde. Diese Fehlerquelle

1) T. P. Le Roux, *Ann. de Chimie et Physique* (4) 10. p. 270. 1867.

könnte bei einer Wiederholung der Versuche dadurch vermieden werden, daß man bei der höheren Temperatur auch stets den Jouleeffekt mißt.

Als Schlußresultat meiner Versuche sei wiederholt, daß die Abhängigkeit des Thomsoneffektes von der Temperatur in Eisen und Konstantan durch Kurven zweiter Ordnung gegeben ist, während dem Kupfer und Silber gerade Linien entsprechen, die aber weniger steil ansteigen als es das Gesetz von Tait verlangt. Die Fig. 3 vereint diese Ergebnisse meiner Untersuchungen.

Sämtliche Forscher, welche über den Thomsoneffekt gearbeitet haben, betonen die Schwierigkeit solcher Messungen; dieser Effekt ist in vielen Fällen sehr klein und seine quantitative Bestimmung kann immer nur eine angenäherte genannt werden. Bei höheren Temperaturen nun — ich kam in einigen Fällen bis zu 600° — häufen sich diese Schwierigkeiten. Trotzdem aber glaubte ich meine Versuchsergebnisse veröffentlichen zu sollen, da es das erstemal ist, daß wir eine Vorstellung bekommen über den Verlauf des Thomsoneffektes bei höheren Temperaturen und da ja eigentlich sämtliche Messungen aus dem Gebiete der Thermoelektrizität, nicht nur die des Thomsoneffektes, kaum mit jener Präzision angestellt werden können, wie elektrische Messungen auf den meisten anderen Gebieten.

Selbst diese erste Annäherung ermöglicht eine übersichtliche Darstellung der in einer thermoelektrischen Kette auftretenden Erscheinungen, worüber ich demnächst zu berichten gedenke.¹⁾

Prag, Phys. Inst. d. k. k. deutschen Univ. Prag.

1) Eine kurze vorläufige Skizze einer solchen theoretischen Zusammenfassung ist gegeben in Phys. Zeitschr. 4. p. 781. 1905; 7. p. 34. 1906.

(Eingegangen 29. Januar 1906.)

**9. Zur Theorie der relativen Bewegung,
mit Bezug auf die Bemerkungen der Herren
M. P. Rudzki und L. Tesař;
von A. Denizot.**

§ 1. Die von den Herren Rudzki¹⁾ und Tesař²⁾ vorgebrachten Einwände gegen meine Arbeit³⁾ liefern zu der mit den beiden Herren bereits an anderer Stelle erfolgten Auseinandersetzung nichts Neues. Hr. Rs. neue Angriffe beruhen auf einer merkwürdigen Anschauung von der Schwerkraft und Hr. T. baut seine Kritik auf der Auffindung von *Bewegungsgleichungen* eines sich *nicht bewegenden* Punktes auf.

Der Ausgangspunkt der Betrachtung von Hr. T., welche die von mir begangenen „schwerwiegendsten Trugschlüsse“ nachweisen soll, ist das Beispiel der relativen Bewegung eines Massenpunktes längs einer, um eine feste z -Achse sich drehenden Kurve. Aus den hierfür aufgestellten Bewegungsgleichungen (3), auf deren Auffassung durch Hr. T. ich weiter unten noch etwas spezieller eingehe, werden besondere Bewegungsgleichungen (3a), wie folgt, entwickelt:

„Die ganze von mir gegebene Ableitung (Gleichung (1) bis (5))⁴⁾ bleibt in naturgemäßer Geltung, wenn der Punkt bezüglich des beweglichen Systems ruht. Alsdann nehmen die Gleichungen (3) die Gestalt an:

$$(3a) \quad \begin{cases} \frac{d^2x}{dt^2} = X + n^2x, \\ \frac{d^2y}{dt^2} = Y + n^2y, \\ \frac{d^2z}{dt^2} = Z. \end{cases}$$

Diese Gleichungen unterscheiden sich von den für ein festes Koordinatensystem (mit der Achse Oz) gültigen nur dadurch, daß zu den äußeren Kräften noch die Zusatzkräfte n^2x nach der x -Achse und n^2y nach der y -Achse hinzukommen.“

Diese Gleichungen (3a) beziehen sich hiernach nicht auf

1) M. P. Rudzki, Ann. d. Phys. (4.) 18. p. 1070. 1905.

2) L. Tesař, Ann. d. Phys. 19. p. 613. 1906.

3) A. Denizot, Ann. d. Phys. (4.) 18. p. 299. 1905.

4) D. s. Gleichungen für relative Bewegung.

die absolute Bewegung des Punktes, bezogen auf ein festes Koordinatensystem $O(x, y, z)$, sondern diese „Bewegungsgleichungen“ gelten für ein bewegliches Koordinatensystem $O(x, y, z)$, in bezug auf welches der Punkt nach Voraussetzung ruhen soll!

Wir besitzen demnach Bewegungsgleichungen eines sich nicht bewegenden Körpers! Diese Erfindung des Hrn. T. bildet die Grundlage seines auf 20 Seiten erbrachten Nachweises der von mir begangenen „schwerwiegendsten Trugschlüsse“. —

§ 2. Damit könnte man eigentlich die Diskussion mit Hrn. T. für erledigt halten; indes will ich zur Erläuterung der in meiner Arbeit vorkommenden Gleichungen für relative Bewegung im folgenden einige Beispiele betrachten, welche über die von Hrn. T. so sonderbar aufgefaßten Glieder ($n^2 x, n^2 y$) Aufschluß geben.

Wir denken uns einen im Raume in absoluter Ruhe schwebenden Körper. Für den, mit einem sich um die etwa vertikale z -Achse drehenden Koordinatensystem fest verbundenen Beobachter wird der im Raume *absolut ruhende* Körper eine scheinbare Drehung ausführen, und zwar im entgegengesetzten Sinne der absoluten Drehung des Koordinatensystems. — Wir können diesen Fall noch folgendermaßen formulieren: Statt der von Hrn. T. in seinem Beispiel gewählten Kurve denken wir uns die als reibungslos vorausgesetzte (xy) -Ebene um die z -Achse sich drehend. Zu irgend einer Zeit o befinde sich auf der glatten Ebene eine schwere Kugel; diese, zur Zeit o in absoluter Ruhe vorausgesetzt, wird bei der fortgesetzten Drehung der glatten Ebene in absoluter Ruhe bleiben. Für einen mit der Ebene sich drehenden Beobachter wird aber die Kugel mit der Winkelgeschwindigkeit n der Ebene, aber im entgegengesetzten Sinne ihrer absoluten Drehung sich drehen und die scheinbare Rotationsenergie $\frac{1}{2} J n^2$ erzeugen, wenn J das Trägheitsmoment der Kugel in bezug auf die z -Achse ist. Erteilen wir der Kugel zur Zeit o längs der Ebene noch eine Geschwindigkeit in (absolut) gerader Richtung, so wird die absolute Bewegung der Kugel in einer Geraden verlaufen; gegenüber dem Beobachter wird aber die Kugel bei ihrer Bewegung auf der glatten Ebene noch eine um die z -Achse drehende Bewegung ausführen, und zwar wiederum im entgegengesetzten Sinne der absoluten Drehung des Beobachters.

Auf eine solche relative (scheinbare) Drehung ist die in den allgemeinen Bewegungsgleichungen auftretende fingierte, von mir als *die instantane Zentrifugalkraft* bezeichnete Zusatzkraft zurückzuführen und nicht auf eine absolute (wirkliche) Drehung, zu welcher Ansicht Hr. T. auf Grund seiner merkwürdigen Bewegungsgleichungen für einen sich nicht bewegenden Punkt gelangt.

Bei einem Körper, dessen Bewegungsfreiheit durch den Zwang beschränkt ist, sich auf einer Kurve zu bewegen, bleibt in den Bewegungsgleichungen selbstverständlich diese scheinbare Drehung erhalten und tritt *formell* als die, durch die absolute Rotation der Kurve erzeugte Zentrifugalkraft auf. Wegen der Beschränkung der relativen Bewegungsfreiheit des Punktes ist es aber auch ganz verfehlt, dieses Beispiel zur Erklärung einer sichtbaren scheinbaren Drehung eines sich bewegenden Körpers zu wählen. Beim Foucaultschen Pendel bewegt sich auch der Körper nicht auf einer mit der Erde fest verbundenen Kurve, sondern auf einer glatten Kugelfläche, wodurch auch die Möglichkeit gegeben ist, die scheinbare Drehung des Körpers zu sehen.

Im übrigen möchte ich noch zu dem von Hr. T. nicht richtig verstandenen Beispiel bemerken, daß die Coriolissche Kraft in diesem Falle auf die relative Bahn des Punktes doch gar keinen Einfluß ausüben kann; sie beeinflusst nur die normale Reaktion der Kurve. Wenn daher Hr. T. in § 6 auf Grund dieses Beispiels die Wichtigkeit der Coriolisschen Kraft für die relative Bahn beim Foucaultschen Pendelversuch hervorhebt, so steht dies im Widerspruch mit seinen eigenen Voraussetzungen.

In meiner Abhandlung habe ich die instantane Zentrifugalkraft in Zusammenhang mit dem ersten Teil des Clairaut-Coriolisschen Theorems gebracht, indem ich die scheinbare Drehung im entgegengesetzten Sinne der absoluten Drehung des Koordinatensystems als eine Folge dieses Theorems dargestellt habe. Hr. T. zitiert aus meiner Abhandlung zwar verschiedenes, was sich hierauf bezieht, nur nicht den Passus, wo ich ausdrücklich sage, daß der Sinn der scheinbaren Drehung des Massenpunktes eine Folge der *Definition* der Coriolisschen „force d'entraînement“ ist. Wenn Hr. T. daher „gezwungen ist, diese Schlußweise als die Vorwegnahme von Erfahrungstatsachen (nämlich die scheinbare Drehung der Schwingungsebene beim Pendel) zu bezeichnen, deren mathe-

mathematische Begründung später erfolgen soll“, so liegt es daran, daß er den Inhalt des Coriolisschen Theorems nicht erfaßt hat.

§ 3. Nachdem Hr. T. die Bewegungsgleichungen für einen sich nicht bewegenden Punkt aufgestellt hat, nimmt er sich im weiteren Verlauf der aus einer solchen Auffindung gezogenen Konsequenzen auch Hrn. Rudzki's Erfindung eines nicht schwingenden Pendels an. Die „fehlerhaften“ Gleichungen scheint er auch auf denselben Umstand zurückführen zu wollen wie Hr. R., nämlich auf den „nicht passenden“ Ausdruck für die Schwerkraft.

In meinen Arbeiten erscheint die Schwerkraft in folgendem Zusammenhange: Sowohl die absolute als auch die relative Bewegung des Körpers an der Erdoberfläche geschieht unter dem Einfluß der Erdattraktion; durch die Koordinatentransformation treten zu dieser von außen „wirklich“ wirkenden Kraft noch gewisse „fingierte“ Kräfte hinzu. Von diesen hat nun eine (nämlich die auf den Koordinatenanfang wirkende Kraft) einen konstanten Wert und ist, abgesehen vom Vorzeichen, numerisch gleich der Zentrifugalkraft, die durch die Rotation der Erde des mit ihr fest verbundenen Koordinatenanfangs erzeugt wird. Die Summe der Erdattraktion und der erwähnten konstanten fingierten Kraft wird von mir als die an dem betreffenden Ort herrschende „Schwere“ bezeichnet. Diese kann auch als die Bewegungsursache des Körpers angesehen werden, die durch die Erdattraktion und die Geschwindigkeit bestimmt ist, welche der Körper infolge der Erdrotation im Anfang seiner Bewegung mitnimmt, wenn er vorher mit der Erde starr verbunden gedacht wird. Für die Komponenten dieser wirklichen Bewegungsursache habe ich der Einfachheit halber o, g gesetzt.

Hierin erblickt Hr. R. den von mir fortwährend begangenen Fehler. Er gibt jedoch zu, daß die letzte Festsetzung über die Schwere für den Koordinatenanfang „streng richtig ist“! Wenn wir aber zu einem ganz beliebigen Punkt x, y, z übergehen, dann — meint Hr. R. — erfahre die erwähnte Zentrifugalkraft einen Zuwachs um die fingierte instantane Zentrifugalkraft (X_f, Y_f, Z_f), der zur Schwerkraft hinzugefügt werden müsse, während ich mir „einbilde“, „daß die Kräfte X_f etc. . . nicht zur Schwerkraft gehören“. —

Hierauf ist folgendes zu erwidern: Die Kräfte X_f, Y_f, Z_f können nur dann als eine Vermehrung der durch die Rotation

der Erde um ihre Achse erzeugten Zentrifugalkraft angesehen werden, wenn der Punkt x, y, z fest mit der Erde verbunden ist und somit an der Rotation der Erde teilnehmen kann. Bei einem von der Erde *isolierten* Punkt kann aber, da doch die Erde einen solchen Punkt nicht mitnehmen kann, von einer durch die Drehung der Erde erzeugten Zentrifugalkraft überhaupt nicht die Rede sein. Die mit X_f, Y_f, Z_f bezeichneten Glieder haben eine selbständige, mit der Schwere überhaupt nicht zusammenhängende Bedeutung und dürfen daher auch nicht zur Schwere hinzugefügt werden.

§ 4. Um aber zu zeigen, zu welchen Konsequenzen die Ansicht des Hrn. R. über die Schwerkraft führt, sei hier in Kürze folgende Betrachtung eingeschaltet: Indem die Schwerkraft eines von der Erde *isolierten* Punktes nach Hrn. R. die Differenz aus der Newtonschen Gravitation A und einer „Zentrifugalkraft“ (gleich der Entfernung R des Punktes von der Erdachse mal dem Quadrat der Winkelgeschwindigkeit w der Erde) ist, erhält man hiernach für einen isolierten Punkt in der Nähe der Erdoberfläche am Äquator:

$$g_o = A - R w^2$$

und in der Höhe h über der Erdoberfläche:

$$g_h = A_h - (R + h) w^2.$$

Da nun

$$\frac{A_h}{A} = \frac{R^2}{(R + h)^2}$$

ist, so erhält man aus den drei Gleichungen die Beziehung:

$$g_h = (g_o + R w^2) \frac{1}{\left(1 + \frac{h}{R}\right)^2} - \left(1 + \frac{h}{R}\right) R w^2.$$

Auf Grund dieser nach der Anschauung von Hrn. R. durchgeführten Betrachtung erhalten wir u. a. die astronomische Neuheit, daß bereits in der Entfernung von etwa 4800 Meilen von der Erdoberfläche (am Äquator) die Schwerkraft verschwindet; nur merkwürdig ist es, daß der sich außerhalb dieser Entfernung bewegende Mond dieses noch „nicht eingesehen“ hat und trotz der „neuen Abhandlung“ von Hrn. R. „leider wieder in den alten Fehler verfallen ist“, sich ohne Rücksicht auf die Kräfte X_f, Y_f, Z_f um die Erde weiter zu drehen.

§ 5. Ganz allgemein möchte ich zu dem Kapitel der

Schwerkraft noch folgendes sagen: Wie der theoretische Ausdruck für die Schwerkraft in Wirklichkeit aussieht, ist für das von mir behandelte Problem ganz gleichgültig; denn in dem von mir betrachteten Fall ist die Erscheinung ganz und gar von der Schwerkraft unabhängig; aus demselben Grunde ist es belanglos, ob man bei der Betrachtung die Erde als eine Kugel oder als ein Ellipsoid voraussetzt. Ich habe für die Komponenten der in meiner Arbeit vorkommenden „Schwere“ einfach o, o, g gesetzt; von dieser Annahme bleiben aber die Kräfte X, Y, Z ganz unberührt, da sie eben zur Schwerkraft nicht gehören. Wenn daher Hr. R. meint, daß die Komponenten der „Schwere“ $X - w^2 h \sin \varphi$, Y nicht „vernachlässigt werden können, wenn die X , etc. . . beibehalten werden“, so vergleicht er zwei ganz verschiedene, miteinander gar nicht zusammenhängende Größen.

Aus den Darlegungen von Hrn. R. muß man schließen, daß Hr. de Sparre¹⁾, dessen Arbeit er zitiert, die scheinbare instantane Zentrifugalkraft zur Schwere hinzufügt. Daß dieses nicht zutrifft, davon kann sich jeder überzeugen, der auch nur einen flüchtigen Blick in die Arbeit hineinwirft.

§ 6. Wie bereits eingangs erwähnt, bildet die vorliegende Diskussion eine Fortsetzung früherer polemischen Erörterungen mit den beiden Herren. In ihren letzten Bemerkungen versuchen sie nicht etwa meine gegen ihre frühere Schlußweise erhobenen Einwände zu beseitigen, sondern bringen nur neue Argumente vor, die zu einem Absurdum führen und somit überflüssig sind. Hrn. T. konnte „bislang“ keiner der von mir vorgebrachten Einwände von seiner „Ansicht auch nur einen Schritt weit verdrängen“. Hr. R., nachdem er mich angegriffen, mir „verschiedene andere Mißverständnisse“ vorgeworfen hat, erklärt, auf meine „eventuelle Antwort nicht weiter reagieren zu wollen“.

Es liegt mir fern, die beiden Herren ihrer Ideen berauben zu wollen; — der Zweck der vorliegenden Erörterung ist nur, ein wenig zur Klärung des behandelten Problems beizutragen.

Charlottenburg, Februar 1906.

1) M. de Sparre, Bull. de la Soc. math. de France 33. p. 65. 1905.

(Eingegangen 6. Februar 1906.)

10. *Über das Spektrum des elektrischen Hochspannungslichtbogens in Luft;*
von B. Walter.

Im gegenwärtigen Augenblick, wo das Problem der künstlichen Darstellung der für die Landwirtschaft und Industrie so überaus wichtigen salpetersauren Verbindungen aus dem Stickstoff der Atmosphäre eine so große Rolle spielt, und wo dieses Problem auch mit Hilfe elektrischer Hochspannungslichtbögen bereits bis zu einem gewissen Grade der Vollkommenheit gelöst ist¹⁾, dürfte auch die kürzlich von mir gemachte Entdeckung von Interesse sein, daß das ultraviolette Ende des mit einem Quarzspektrographen aufgenommenen Spektrums eines solchen Flammenbogens — wie überhaupt des Spektrums eines jeden gewöhnlichen, nicht kondensierten elektrischen Funkens in Luft — eine Reihe sehr charakteristischer Banden zeigt, und zwar dieselben Banden, welche schon im Jahre 1892 von J. M. Eder bei der Verbrennung des Ammoniaks beobachtet und als Ammoniakbanden beschrieben worden sind.²⁾ Dieselben sind indessen, wie mir aus mehreren, weiter unten anzuführenden Gründen mit ziemlicher Sicherheit zu folgen scheint, nicht dem Ammoniak, sondern wahrscheinlich einer bei der Verbrennung desselben gleichzeitig mit dem reinen Stickstoff entstehenden Stickstoff-Sauerstoffverbindung zuzuschreiben.

Eder hat sein Spektrum dadurch erhalten, daß er einen Quarzspektrographen 6—12 Stunden lang auf eine Flamme richtete, in welcher eine Mischung von Ammoniakgas und Wasserstoff vermittelt eines Knallgasgebläses in einem Sauerstoffstrome verbrannt wurde; das entsprechende *Lichtbogenpektrum* dagegen kann man schon ganz kräftig innerhalb

1) Vgl. z. B. Otto N. Witt, *Prometheus*, Jahrg. 17. p. 129. 1905.

2) J. M. Eder, *Wien. Ber.* v. 3. Nov. 1892; vgl. auch J. M. Eder u. E. Valenta, *Beiträge zur Photochemie und Spektralanalyse*, Wien 1904. p. 32—43.

einer Minute erhalten, wenn man als Lichtquelle einen Hochspannungslichtbogen anwendet, wie er sich z. B. mit Hilfe eines Induktionsapparates mit Wehneltunterbrecher in so einfacher Weise erzeugen läßt.

Das Aussehen der hier in Frage kommenden Banden ist so charakteristisch — zumal da jede derselben zwei Köpfe hat —, daß ein Irrtum gänzlich ausgeschlossen ist; außerdem aber hat auch eine vorläufige Ausmessung meiner Aufnahmen für die Lage des nach dem Rot zu gelegenen Kopfes einer jeden Bande Wellenlängen ergeben, welche sämtlich innerhalb weniger Angströmeinheiten mit den von Eder angegebenen Zahlen übereinstimmen. Die letzteren sind — unter vorläufiger Beibehaltung der Ederschen Bezeichnungen — für Bande

γ	δ	ϵ	ζ	η
$\lambda = 2718,3$	2594,7	2478,0	2370,7	2271

Eine weitere Bande, die Eder wegen der schwachen die- bezüglichen Wirkung seiner Lichtquelle nicht mehr erhalten hat, die aber auf den Funkenspektren bei etwas längerer Ex- position ebenfalls noch deutlich erkannt werden kann, beginnt ungefähr bei $\lambda = 2157 \text{ \AA.-E.}$

Dagegen ist nun von den Ederschen Ammoniakbanden α und β , von denen die erstere in das sichtbare Spektrum und die zweite in das nicht weit davon entfernte Ultraviolett von $\lambda = 343$ bis $330 \mu\mu$ fällt, und die in der Ederschen Aufnahme ganz außerordentlich viel stärker hervortreten als die oben erw-ähnten fünf Banden γ bis η , bei meinen Funkenspektren nichts zu bemerken, so daß also schon daraus mit ziemlicher Sicher- heit folgt, daß diese letzteren Banden nicht wie die ersteren dem Ammoniak zuzuschreiben sind. Dieser Schluß wird ferner auch noch dadurch unterstützt, daß die Banden γ bis η eine ganz andere Struktur als die Banden α und β , unter sich aber in jeder Hinsicht eine höchst ausgesprochene Ähnlichkeit zeigen, wie auch schon von Eder hervorgehoben wurde.

Endlich weist aber natürlich auch schon der Umstand, daß die Banden γ bis η in jedem gewöhnlichen elektrischen Funken in so starkem Maße auftreten, darauf hin, daß es sich hierbei nicht um ein Spektrum des Ammoniaks, sondern wohl nur um ein solches einer Stickstoff-Sauerstoffverbindung

handeln kann. Denn es wird doch bis jetzt allgemein angenommen, daß der Stickstoff der Luft sich im elektrischen Funken direkt mit dem Sauerstoff derselben zu NO und dann weiter zu NO_2 verbindet; und von einer voraufgehenden oder auch nur nebenhergehenden Bildung von NH_3 — etwa aus dem Wasserdampf der Atmosphäre — ist bisher niemals die Rede gewesen. Eine solche Auffassung würde nämlich das eingangs erwähnte Kulturproblem auf eine ganz andere Basis stellen, indem man dann offenbar erwarten sollte, daß die Zuführung einer geeigneten Menge *Wasserdampf* zu den „Salpeteröfen“ eine erheblich größere Ausbeute derselben liefern müßte.

Die obigen spektralanalytischen Betrachtungen sowie auch einige weitere in diesem Sinne von mir angestellte Versuche, über die später berichtet werden soll, berechtigen allerdings nicht zu dieser Hoffnung; immerhin dürfte aber auch danach der in Rede stehenden Industrie doch insofern ein Nutzen aus der hier mitgeteilten Entdeckung erwachsen, als sie ja jetzt mit Hilfe des Quarzspektrographen den Vorgang der Oxydation des Stickstoffs im elektrischen Flammenbogen sowohl qualitativ als quantitativ näher verfolgen kann.

Hamburg, Physik. Staatslaborator., den 23. Febr. 1906.

(Eingegangen 24. Februar 1906.)

11. *Berichtigung zur Arbeit über „Die Bestimmung der galvanischen Polarisation“;
von Richard Thöldte.*

In meiner Arbeit, die Bestimmung der galvanischen Polarisation während des Schlusses des Stromes (Ann. d. Phys. 18. p. 1061. 1905), ist Gleichung (4) nicht richtig gegeben.

Es ist:

$$(3) \quad \frac{J}{2} (W_4 - W_3) = e.$$

Wird nun die Zelle dadurch verdoppelt, daß man die beiden Elektroden auf die doppelte Entfernung auseinanderzieht, so wird, da W_3 nur den Widerstand in der Zelle selbst exkl. den der Elektroden bezeichnen soll, hierbei auch dieser Widerstand W_3 verdoppelt, und es verwandelt sich Gleichung (3) in:

$$(4) \quad \frac{J}{2} (W_4 + W_3 - 2W_3) = e,$$

woraus in Verbindung mit (3)

$$(5) \quad \frac{J}{2} (W_4 - W_3) = e$$

resultiert. Am Hauptresultate wird also durch die Abänderung der Gleichung (4) nichts geändert.

Die Methode mit samt ihrer Anordnung sind von mir im November 1881 zum ersten Male angewendet und bez. Untersuchungen angestellt worden. Wie Hr. B. Mackü der Redaktion der Annalen mitteilt, ist die *Anordnung* bereits von F. E. Neumann (Zürcher Vierteljahrsschrift 2. p. 213. 1857) zur *Bestimmung* des *Zellenwiderstandes* gegeben worden. Diese Arbeit ist mir bisher unbekannt; auch das Referat von G. Wiedemann („Die Lehre von der Elektrizität“ II. 1883. p. 672) habe ich übersehen.

Weiter hat Hr. B. Mackü meine Voraussetzung, daß bei Verdoppelung des Elektrodenabstandes auch der Widerstand verdoppelt wird, als eine willkürliche bezeichnet. Ich muß zugeben, daß ich die spezifische Leitungsfähigkeit in allen Partien des Elektrolyten und auch an der Oberfläche der

Elektroden als konstant angesehen und die Proportionalität des Widerstandes und Elektrodenabstandes als richtig vorausgesetzt habe. Wie weit das in den einzelnen Fällen einer ev. Ausführung der Fall ist und wie weit eine etwaige Inkonstanz der Leitungsfähigkeit einen Einfluß bei der Verdoppelung des Elektrodenabstandes auf den Widerstand ausüben könnte, mag jedesmal entschieden werden. Wenn W_3 sich nicht mit hinreichender Genauigkeit bei der Verdoppelung der Zelle verdoppelt, können der Widerstand der Zelle und die Polarisierung nicht voneinander getrennt werden.

Dessau, im Februar 1906.

(Eingegangen 26. Februar 1906.)

12. *Berichtigung zur Abhandlung über „elektrische Schwingungen in ringförmigen Metallröhren“; von A. Kalähne.*

In der vor kurzem veröffentlichten Abhandlung¹⁾ über „elektrische Schwingungen in ringförmigen Metallröhren“ sind folgende Druckfehler und Versehen zu berichtigen:

Erster Teil, Ann. d. Phys. 18.

1. p. 104 in der Formel für $P_m(\varrho)$ muß es unter dem Summenzeichen $n^2 - \frac{1^2}{4}$ heißen statt $n^2 - \frac{1^2}{2}$.

2. p. 116 in Gleichung (54) und p. 121 in Gleichung (60) muß es $\frac{4\pi^2}{V^2 T^2}$ heißen statt $\frac{4\pi^2}{T^2}$.

3. p. 126 Z. 9 v. u. und ff. ist versehentlich angegeben, daß der positive Zweig der Kurve die erste Wurzel liefert. Wie bereits im zweiten Teil p. 94 in der Fußnote bemerkt wurde, liefert der positive Zweig überhaupt keine Wurzel.

Zweiter Teil, Ann. d. Phys. 19.

4. p. 89 in Tab. 6 unter der Rubrik $n = \frac{3}{2}$ sind die Werte 14,057 und 17,221 der Kolumnen $w = 4$ und $w = 5$ zu verändern in 14,0662 und 17,2208. Der Fehler stammt aus den Rayleighschen²⁾ Zahlen, aus denen die obigen berechnet worden sind. Die vierte und fünfte Wurzel der Gleichung $\operatorname{tg} x = x$ sind $4,4774\pi$ und $5,4815\pi$ statt wie bei Rayleigh angegeben $4,4747\pi$ und $5,4818\pi$.

5. In derselben Tab. 6 sind in der Rubrik $n = \frac{5}{2}$ für $x = 2$ die Werte nachzutragen:

3,551, 6,513, 9,5813, 12,6846, 15,8029, 18,9288.

6. p. 93 in Tab. 8 ist in der letzten Zeile der dritten Kolumne 12,5261 zu lesen statt 12,5361.

Heidelberg, 2. März 1906.

1) A. Kalähne, Ann. d. Phys. 18. p. 92. 1905; 19. p. 80. 1906.

2) Lord Rayleigh (J. W. Strutt), Theorie des Schalles. Deutsch von Neesen, I. p. 369. 1879.

(Eingegangen 3. März 1906.)

13. *Nachtrag zur Abhandlung*
*„Potentialmessungen im Quecksilberlichtbogen“;*¹⁾
von Josef Pollak.

Auf p. 219 der obigen Abhandlung ist irrtümlicherweise C. P. Hewitt als Erfinder der Quecksilberdampfampe bezeichnet. Die Priorität der Erfindung gebührt indessen L. Arons, wie übrigens schon in meiner vorläufigen Mitteilung²⁾ zu der betreffenden Arbeit angeführt ist.

Bei dieser Gelegenheit möchte ich noch zur Literaturübersicht der fraglichen Abhandlung die Arbeit von Arons³⁾ nachtragen.

Karlsruhe, 1. März 1906.

1) J. Pollak, Ann. d. Phys. 19. p. 217. 1906.

2) J. Pollak, Physik. Zeitschr. 6. p. 277. 1905.

3) L. Arons, Wied. Ann. 58. p. 73. 1896.

(Eingegangen 2. März 1906.)

;;1)

eise
be-
sen
lit-

ur-
s³)